

Problema 1

Una muestra contiene inicialmente una masa de 30 miligramos de Po^{210} . Sabiendo que su periodo de semidesintegración es de 138,38 días, determine:

- a) la vida media del isótopo y la actividad inicial de la muestra.**
- b) El tiempo que debe transcurrir para que el contenido de la muestra se reduzca a 5 miligramos.**

Datos: masa atómica $Po^{210} = 210 \text{ uma}$.

Número de Avogadro $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Recordamos las fórmulas importantes.

La ley fundamental de la desintegración es:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1)$$

El periodo de semidesintegración se define como el tiempo en el cual se han desintegrado la mitad de los átomos, quedando la otra mitad:

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}} \rightarrow e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} \rightarrow \lambda t_{\frac{1}{2}} = \ln 2$$

$$\lambda t_{\frac{1}{2}} = \ln 2 \quad (2)$$

La vida media, τ , se define como el inverso de la constante de desintegración λ

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (3)$$

Por último, la actividad es la velocidad de desintegración, que se obtiene derivando la ecuación (1)

$$\frac{dN}{dt} = A = N_0 e^{-\lambda t} (-\lambda) \quad (4)$$

Para $t = 0$

$$A_0 = -\lambda N_0 \quad (5) \rightarrow$$

$$\rightarrow (4) \rightarrow A = A_0 e^{-\lambda t} \quad (6)$$

Después de este resumen, pasamos a resolver el problema.

a)

Vida media:

$$t_{\frac{1}{2}} = 138.38 \rightarrow |2| \rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{\ln 2}{138.38} = 5 \cdot 10^{-3} (\text{días})^{-1}$$

$$(3)\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{138.38}{\ln 2} = \mathbf{199.64 \text{ días}}$$

Actividad inicial:

$$(5) A_0 = -\lambda \cdot N_0$$

Calculamos entonces N_0 :

$$\begin{aligned} 30 \cdot 10^{-3} \text{ gr} &= \frac{3 \cdot 10^{-2}}{210} \text{ moles} = \\ &= \frac{3 \cdot 10^{-2}}{210} \cdot 6.02 \cdot 10^{23} = 8.6 \cdot 10^{19} \text{ átomos} = N_0 \end{aligned}$$

$$A_0 = -5 \cdot 10^{-3} \cdot 8.6 \cdot 10^{19} = \mathbf{-4.3 \cdot 10^{17} \text{ átomos/día}}$$

Hemos puesto el signo “menos” porque es el signo de la derivada puesto que el número de átomos radiactivos va decreciendo. Pero se suele poner en positivo, siempre que tengamos presente ese hecho.

Como la constante de desintegración la hemos puesto en días, la unidad es átomos/día. Para calcular la actividad en átomos por segundo, bequerel Bq, haremos:

$$4.3 \cdot 10^{17} \frac{\text{át}}{\text{día}} \cdot \frac{1 \text{ día}}{24 \cdot 3600 \text{ s}} = 4.98 \cdot 10^{12} \text{ Bq}$$

b)

La ley para la masa radiactiva que queda al cabo de cierto tiempo “**t**” es la misma que la de los núcleos:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow 5 = 30 \cdot e^{-5 \cdot 10^{-3} t} \rightarrow e^{-5 \cdot 10^{-3} t} = \frac{5}{30} \rightarrow$$

$$-5 \cdot 10^{-3} \cdot t = \ln\left(\frac{5}{30}\right) \rightarrow t = 358.35 \text{ días}$$

Fijarse en que podemos trabajar en la unidad de tiempo que queramos, segundo o días, dependiendo de la unidad que hayamos elegido para la constante de desintegración λ . Sin embargo, **la actividad en el sistema internacional es desintegraciones por segundo, Bq.**