

Cuestión 1

Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- a) Cuanto mayor es el periodo de semidesintegración de una sustancia más rápido se desintegra.**
- b) El número de núcleos sin desintegrar disminuye linealmente en función del tiempo transcurrido.**

a)

Como debemos de saber, el periodo de semidesintegración es el tiempo en que se desintegran la mitad de los núcleos existentes en la muestra. Por lo tanto, cuanto mayor sea, más tiempo costará la desintegración de la mitad de la muestra y menor la velocidad de desintegración. La afirmación es entonces falsa.

b)

La ley de desintegración es

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$$

Donde **$N(0)$** es la cantidad de núcleos iniciales. Claramente es una función exponencial y no una función lineal. La afirmación es, por lo tanto, falsa.

Problema 1

De una muestra radiactiva de 0.12 kg al cabo de una hora se han desintegrado el 10% de los núcleos. Determine:

- a) La constante de desintegración radiactiva.**
- b) El periodo de semidesintegración de la muestra.**
- c) La masa de la sustancia radiactiva que se ha desintegrado transcurridas 5 horas**

a) Valor de la constante de desintegración

La ley descrita anteriormente también se puede poner en función de la masa, ya que esta es proporcional al número de núcleos:

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \rightarrow \frac{90}{100} m_0 = m_0 e^{-\lambda \cdot 1} \rightarrow e^{-\lambda} = 0.9 \rightarrow -\lambda = \ln 0.9 \rightarrow$$

$$\lambda = 0.105 \text{ h}^{-1}$$

Donde se ha tenido en cuenta el dato del problema del que al cabo de una hora queda el noventa por ciento de la masa, ya que se ha desintegrado un diez por ciento.

b) Periodo de semidesintegración

Como se ha dicho, tras un tiempo igual al periodo de semidesintegración queda la mitad de la masa:

$$\frac{m_0}{2} = m_0 e^{-0.105 T_{\frac{1}{2}}} \rightarrow -0.105 \cdot T_{\frac{1}{2}} = \ln \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln \frac{1}{2}}{-0.105} = 6.60 \text{ h}$$

También podíamos haber utilizado directamente la fórmula que nos relaciona el periodo de semidesintegración con la constante, pero intentamos huir de la memoria lo máximo que se pueda y, con más razón, en este caso que es muy corto y fácil llegar al resultado.

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

c) Masa que se ha desintegrado en 5 horas:

$$m = 0.12 \cdot e^{-0.105 \cdot 5} = 0.071 \text{ kg}$$

Si esta es la masa que queda de los 0.12 kg, la masa que se ha desintegrado es la resta hasta 0.12 kg.

$$m_{des} = 0.12 - 0.071 = 0.049 \text{ kg}$$

Cuestión 2

Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- a) La actividad de una muestra radiactiva es independiente del tiempo.**
- b) Una muestra radiactiva se desintegra totalmente una vez transcurrido un tiempo igual al doble del periodo de semi desintegración.**

a)

La actividad de una muestra radiactiva es la velocidad de desintegración:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \rightarrow A = \frac{dN}{dt} = -N_0 \lambda e^{-\lambda t}$$

Por lo tanto, depende del tiempo como vemos y la afirmación es falsa.

b)

Al cabo de dos periodos de semidesintegración quedará la mitad de la que había al cabo de un periodo de semidesintegración, o sea, la cuarta parte. La afirmación es falsa entonces.

Problema 2

Una muestra de $5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ de $^{210}_{84}\text{Po}$ se reduce a

$1.25 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ en 276 días. Calcule:

- a) El periodo de semidesintegración**
- b) La actividad inicial de la muestra**
- c) El número de núcleos que quedan por desintegrar al cabo 46 días.**

Datos: $m(^{210}_{84}\text{Po}) = 209.982874 \text{ u}$; $1 \text{ u} = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

a)

Aplicando la ley de desintegración:

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \rightarrow 1.25 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^3 e^{-\lambda 276} \rightarrow e^{-\lambda 276} = 0.25 \rightarrow$$

$$-\lambda \cdot 276 = \ln 0.25 \rightarrow \lambda = 5 \cdot 10^{-3} (\text{días})^{-1}$$

Y con el valor de la constante conocido, podemos calcular el periodo de semidesintegración, tiempo en el que se desintegra la mitad de la muestra:

$$\frac{m}{2} = m e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \mathbf{138.63 \text{ días}}$$

b)

Como hemos visto en la cuestión anterior, la actividad viene dada por:

$$A = -M_0 \lambda e^{-\lambda t}$$

La actividad inicial, cuando $t = 0$

$$A_0 = -M_0 \lambda = -5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} = \mathbf{-25 \cdot 10^{-6} \text{ kg/día}}$$

c)

La masa al cabo de 46 días:

$$M = M_0 e^{-\lambda t} = 5 \cdot 10^{-3} e^{-5 \cdot 10^{-3} \cdot 46} \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

El número de núcleos lo calcularemos dividiendo esta masa entre la masa de un núcleo:

$$N(46) = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{209.982874 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}} \approx \mathbf{1.14 \cdot 10^{22} \text{ Núcleos}}$$

Problema 3

El isótopo de americio, Am^{241} , se ha utilizado para la fabricación de detectores de humo. Si la cantidad de americio en un detector de humo en el momento de su fabricación es de 0.2 miligramos y su tiempo de vida media, τ , es de 432 años determine:

- El tiempo de semidesintegración del americio y la actividad inicial del detector de humo.*
- La cantidad de americio en el detector de humo cuando su actividad haya disminuido un 80% respecto de su valor inicial y el tiempo transcurrido.*

Datos: $M_{Am} = 241 \text{ u.}$ $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

a)

Debemos de saber que la vida media, τ , está relacionada con la constante de desintegración, λ , por:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{1}{432} (\text{año})^{-1}$$

La ley que nos relaciona la cantidad sin desintegrar con el tiempo es:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Y, dado que el tiempo de semidesintegración es el tiempo que transcurre hasta que queda la mitad de sustancia sin desintegrar, tenemos:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\frac{1}{432} T_{\frac{1}{2}}} \rightarrow -\frac{1}{432} T_{\frac{1}{2}} = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \rightarrow T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{432}} \rightarrow$$

$$T_{\frac{1}{2}} = 299.44 \text{ años}$$

La actividad es la velocidad de desintegración:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \rightarrow A = \frac{dN}{dt} = N_0 e^{-\lambda t} (-\lambda)$$

La actividad inicial corresponde al valor de $t = 0$, pero para que el resultado salga en la unidad del sistema internacional, **Bq, núcleos por segundo**, debemos de poner la constante radiactiva en segundos y N_0 , en átomos:

$$A_0 = -\lambda N_0$$

$$= \left[\begin{array}{l} \lambda = \frac{1}{432 \text{ año}} \frac{1}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 7.34 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1} \\ 0.2 \cdot 10^{-3} \text{ g} = 0.2 \cdot 10^{-3} \text{ g} \frac{1 \text{ mol}}{241 \text{ g}} \cdot \frac{6.02 \cdot 10^{23} \text{ átomos}}{1 \text{ mol}} = 4.99 \cdot 10^{17} \text{ núc.} \end{array} \right]$$

$$= -7.34 \cdot 10^{-11} \cdot 4.99 \cdot 10^{17} \approx -3.667 \cdot 10^7 \text{ Bq}$$

El signo negativo significa que el número de átomos radiactivos va decreciendo, pero no hace falta ponerlo porque se sobreentiende.

b)

$$A = -\lambda N_0 e^{-\lambda t} = |A_0 = -\lambda N_0| = A_0 e^{-\lambda t}$$

Fórmula que nos relaciona la actividad en un tiempo cualquiera con la actividad inicial. Además, vemos que es muy fácil aprendérsela porque coincide con la de la desintegración cambiando “**N**” por “**A**”.

Nos preguntan sobre el tiempo en qué tardará la actividad ser el 20 por ciento de la inicial, puesto que ha disminuido un 80 por ciento. Entonces:

$$\frac{20}{100} A_0 = A_0 e^{-\frac{1}{432} t} \rightarrow t = \frac{\ln 0.2}{-\frac{1}{432}} = 695.28 \text{ años}$$

En ese tiempo, la cantidad de Americio, en miligramos, será:

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \rightarrow m = 0.2 \cdot e^{-\frac{695.28}{432}} \approx 0.04 \text{ mg}$$