

Problema 1

Un estanque con agua está cubierto con una capa de aceite. Los índices de refracción del agua y del aceite son $n_{\text{agua}} = 1.33$ y

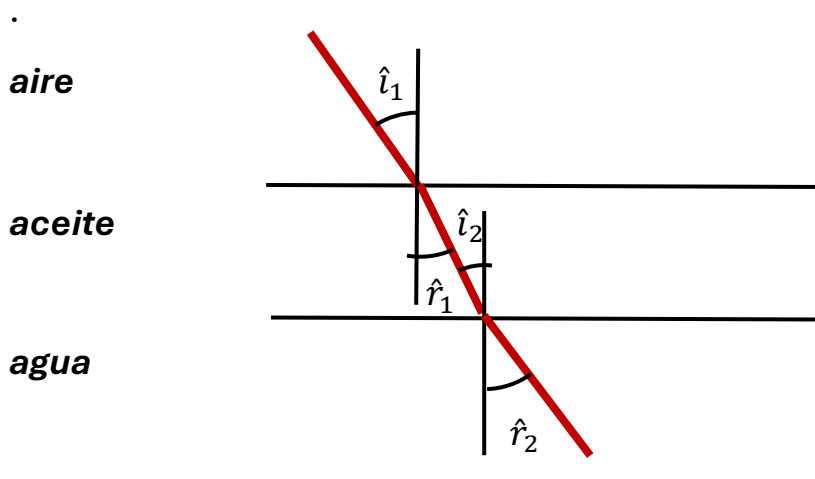
$n_{\text{aceite}} = 1.44$, respectivamente.

- a) Si un rayo de luz monocromático incide desde el aire hacia el estanque con un ángulo de 40° con respecto a lo normal, ¿cuál es el ángulo de refracción del haz en el agua del estanque?**
- b) Si en el fondo del estanque hay un foco de luz, ¿por debajo de qué ángulo debe incidir el haz de luz del foco con respecto a lo normal de la superficie del agua para que la luz salga del estanque hacia el aire?**

Dato: Índice de refracción del aire, $n_{\text{aire}} = 1$

a)

Como siempre, un dibujo de la situación es conveniente:



Primera refracción:

$$n_{\text{aire}} \cdot \text{sen} \hat{i}_1 = n_{\text{aceite}} \cdot \text{sen} \hat{r}_1 \rightarrow 1 \cdot \text{sen} 40 = 1.44 \cdot \text{sen} \hat{r}_1 \rightarrow$$

$$\text{sen}\hat{r}_1 = \frac{\text{sen}40}{1.44} = 0.446 \rightarrow \hat{r}_1 = 26.51^\circ$$

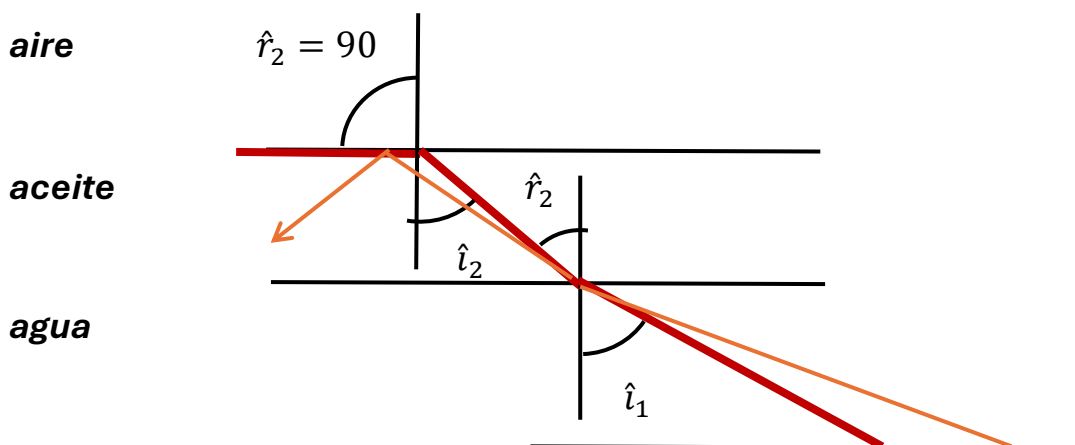
Como vemos en la figura el primer ángulo de refracción, $\hat{r}_1$, es el mismo que el segundo ángulo de incidencia, $\hat{i}_2$, por lo tanto, para la segunda refracción se cumplirá:

$$n_{\text{aceite}}\text{sen}\hat{i}_2 = n_{\text{agua}}\text{sen}\hat{r}_2 \rightarrow 1.44\text{sen}26.51 = 1.33\text{sen}\hat{r}_2 \rightarrow$$

$$\text{sen}\hat{r}_2 = \frac{1.44\text{sen}26.51}{1.33} = 0.483 \rightarrow \hat{r}_2 = \mathbf{28.90^\circ}$$

b)

Empezamos dibujando el rayo que parte del fondo y aplicamos la condición de que el segundo ángulo de refracción sea 90.



Un ángulo $\hat{i}_1$ mayor que el dibujado hará que el ángulo $\hat{i}_2$ sea mayor que el ángulo límite entre el aceite y el aire y, por lo tanto, los rayos se reflejarán en el aceite y no saldrán al aire, como se representa con el rayo “naranja”. Aplicando la ley de la refracción desde el aire hasta el agua tenemos:

Aire-aceite:

$$1\text{sen}90 = 1.44 \cdot \text{sen}\hat{i}_2 \rightarrow \hat{i}_2 = 43.98 = \hat{r}_2$$

Aceite-agua:

$$1.44\text{sen}43.98 = 1.33\text{sen}\hat{i}_1 \rightarrow \hat{i}_1 = \mathbf{48.75^\circ}$$

Que es la respuesta a la pregunta.

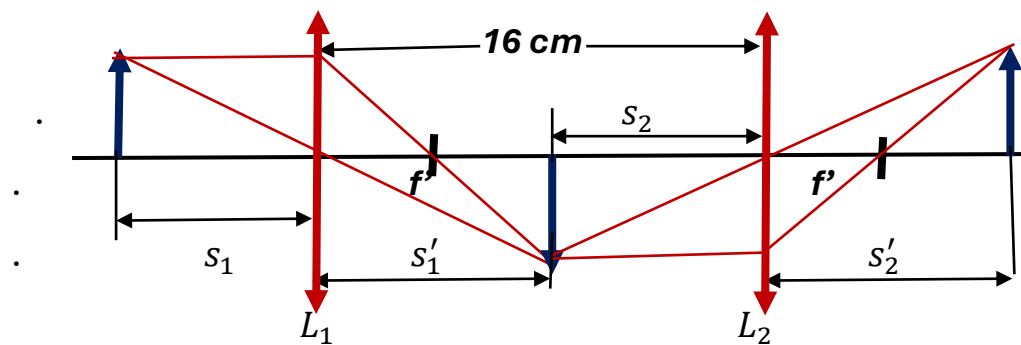
Problema 2

Dos lentes convergentes idénticas están separadas 16 cm. Cuando un objeto se sitúa a una cierta distancia a la izquierda de la primera lente, se encuentra que cada una de ellas opera con aumento o igual a -1.

- Determine la potencia de las lentes.**
- ¿Cuánto y hacia dónde debe desplazarse la segunda lente para lograr que la imagen del sistema se forme en el infinito?**

a)

Del hecho de las dos lentes son idénticas hemos de deducir que sus focos y, por lo tanto, sus potencias, son iguales. Hagamos un esquema de la situación:



Podemos deducir lo que nos preguntan de dos maneras, gráfica o analíticamente. Empecemos por la forma analítica.

La ley de las lentes es

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Donde s' y s son las distancias de la imagen y del objeto a la lente respectivamente. Tener en cuenta que ambas distancias tienen signo: positivas si están a la derecha de la lente y negativas si están a la izquierda. El foco f' es positivo para las lentes convergentes, como se aprecia en la figura, pues están a la derecha de las lentes.

El aumento lateral viene dado por:

$$A_L = \frac{s'}{s}$$

En nuestro caso, al valer **-1**, sabemos que la imagen es del mismo tamaño que el objeto, pero invertida, por el signo “menos”, y que las distancias del objeto y la imagen a la lente son iguales en módulo, como se ha reflejado en la figura, para las dos lentes. Entonces:

Primera lente:

$$A_L = -1 = \frac{s'_1}{s_1} \rightarrow s_1 = -s'_1 \rightarrow \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{-s'_1} = \frac{1}{f'} \rightarrow$$

$$\frac{2}{s'_1} = \frac{1}{f'} \quad (1)$$

Para la segunda lente llegaríamos a la misma conclusión:

$$\frac{2}{s'_2} = \frac{1}{f'} \quad (2)$$

Pero sabemos que la distancia entre las lentes es **16 cm**, que corresponde a la suma de la distancia imagen para la primera lente y la distancia objeto para la segunda. Pero, además como el aumento es la unidad, las distancias objeto e imagen son iguales en valor absoluto.

$$|s_1| = s'_1 = s'_2 = |s_2| = \mathbf{8\ cm} \quad f' = \mathbf{4\ cm}$$

La potencia es la inversa de la distancia focal **en metros**:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0.04} = 25\ D$$

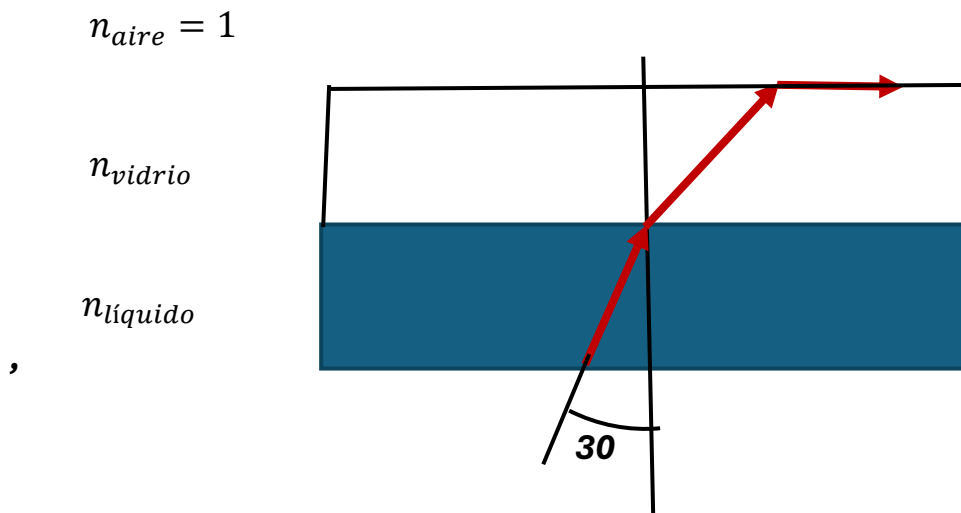
b)

Debemos de recordar que para que la imagen se forme en el infinito, el objeto ha de colocarse en el foco objeto **f**. Por lo tanto, la primera imagen ha de estar situada a **4 cm** a la izquierda de la segunda lente. Como ahora está a **8 cm**, la moveremos **4 cm a la izquierda**.

Problema 3

Una lámina de vidrio se halla sobre un líquido de índice de refracción desconocido. La longitud de onda de la luz en el vidrio se reduce a un 70% de su valor en el aire. Si se emite luz desde el líquido, los rayos con ángulos de incidencia superiores a 30° en la cara inferior de la lámina no se refractan en el aire por su cara superior. Calcule:

- El índice de refracción del vidrio.**
- El índice de refracción del líquido. (Se adjunta figura)**



Para calcular los dos índices de refracción que nos preguntan vamos a tener en cuenta el dato que nos dan en el enunciado, la longitud de onda en el vidrio es la mitad que la que tiene en aire. Además de que, evidentemente, va a ser necesario.

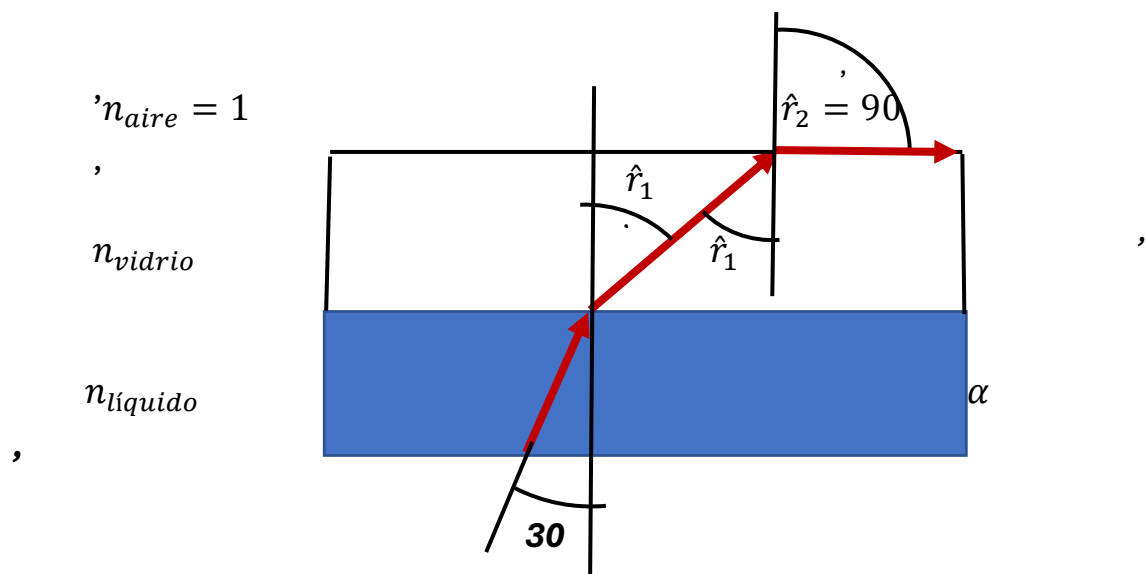
Hemos de recordar que la frecuencia de una luz permanece constante en “todos” los materiales:

$$\begin{aligned} \text{Aire: } n_a = 1 &\rightarrow v_a = c \rightarrow \left| \lambda = \frac{v}{f} \right| \rightarrow \lambda_a = \frac{c}{f} \\ \text{Vidrio: } v_v &= \frac{c}{n_v} \rightarrow \left| \lambda_v = \frac{v_v}{f} \right| \rightarrow \lambda_v = \frac{c}{n_v \cdot f} \end{aligned} \rightarrow \frac{\lambda_v}{\lambda_a} = \frac{70}{100} = \frac{\frac{c}{n_v \cdot f}}{\frac{c}{f}}$$

$$n_v = \frac{10}{7} = 1.43$$

b)

Para calcular el índice de refracción en el líquido vamos a tener en cuenta, además, por los datos que tenemos, que podemos llegar a conocer el ángulo límite entre el líquido y el aire.



Aplicando la ley de la refracción al líquido y al vidrio, en la primera refracción:

$$n_L \text{sen} 30 = n_v \text{sen} \hat{r}_1 = 1.43 \cdot \text{sen} \hat{r}_1 \quad (1)$$

Lo mismo en la refracción segunda, aplicando la ley al vidrio y al aire:

$$1.43 \text{sen} \hat{r}_1 = 1 \cdot \text{sen} 90 \quad (2)$$

Despejando $\text{sen} \hat{r}_1$ en la ecuación (2) y llevándolo a (1):

$$(2) \text{sen} \hat{r}_1 = \frac{1}{1.43} \rightarrow (1) n_L \cdot \frac{1}{2} = 1.43 \cdot \frac{1}{1.43} \rightarrow n_L = 2$$