

Problema 1

Sean dos medios A y B de índices de refracción n_A y n_B respectivamente. Un rayo de luz de frecuencia $f = 6.04 \cdot 10^{14}$ incide desde el medio A hacia el medio B, verificándose que el ángulo límite para la reflexión total es 45° . Se sabe además que $n_A - n_B = 0.6$ Determinar

- a) Los índices de refracción de ambos medios.
- b) Las longitudes de onda del rayo de luz incidente en los medios A y B

Dato: la velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

a)

El ángulo límite es el ángulo incidente al cual le corresponde un ángulo de refracción de 90° . Por lo tanto:

$$n_A \sin \hat{i}_L = n_B \sin 90^\circ \rightarrow n_A \sin 45^\circ = n_B \cdot 1 \rightarrow n_A \frac{\sqrt{2}}{2} = n_B$$

Como además sabemos:

$$n_A - n_B = 0.6$$

Tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas. Llevando el valor de n_B de la primera a la segunda:

$$n_A - \frac{\sqrt{2}}{2} n_A = 0.6 \rightarrow n_A = \frac{0.6}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = 2.05$$

$$n_B = n_A - 0.6 = 1.45$$

b)

Hemos de saber que la frecuencia no cambia al pasar de un medio a otro, se mantiene constante. Por lo tanto:

$$n_A = 2.05 = \frac{c}{v_A} \rightarrow v_A = \frac{c}{2.05} = 1.46 \cdot 10^8 \text{ m/s} \rightarrow$$

$$\lambda_A = \frac{v_A}{f} = \frac{1.46 \cdot 10^8}{6.04 \cdot 10^{14}} = 2.42 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$n_B = 1.45 = \frac{c}{v_A} \rightarrow v_A = \frac{c}{1.45} = 2.07 \cdot 10^8 \text{ m/s} \rightarrow$$

$$\lambda_B = \frac{v_A}{f} = \frac{2.07 \cdot 10^8}{6.04 \cdot 10^{14}} = 3.42 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Problema 2

Se desea proyectar sobre una pantalla la imagen de una diapositiva empleando una lente delgada convergente de distancia focal $f' = 4 \text{ cm}$, de forma que la imagen se proyecte invertida y con un tamaño 10 veces mayor que el de la diapositiva.

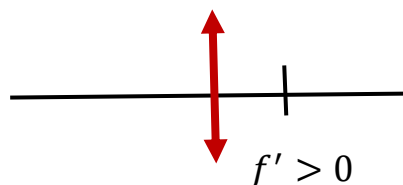
- a) Calcula las distancias diapositiva-lente y lente-pantalla**
- b) Dibuja un trazado de rayos que explique gráficamente el proceso de formación de la imagen**

a)

En este tipo de problemas, hemos de recordar las dos fórmulas fundamentales que nos relacionan las distancias objeto e imagen y la relación entre los tamaños del objeto y la imagen, el aumento. Son las siguientes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$A_L = \frac{s'}{s}$$



Donde debemos de recordar claramente el convenio de signos para las posiciones: negativo a la izquierda de la lente y positivo a la derecha. Como es una lente convergente, el punto por donde se

refractan todos los rayos que vienen desde la izquierda paralelos al eje, el punto que define la distancia focal f' , está a la derecha y será positiva. En las lentes divergentes será negativa. La distancia del objeto al centro de la lente es s . La distancia de la imagen al mismo punto se denota por s' . La unidad de longitud es arbitraria con tal de que sea la misma, claro.

Reflejamos los datos en ambas fórmulas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$A_L = -10 = \frac{s'}{s} \quad (2)$$

Tener cuidado en la fórmula del aumento. **Al estar la imagen invertida, el aumento es negativo.**

Obteniendo dos ecuaciones con dos incógnitas. Resolviendo:

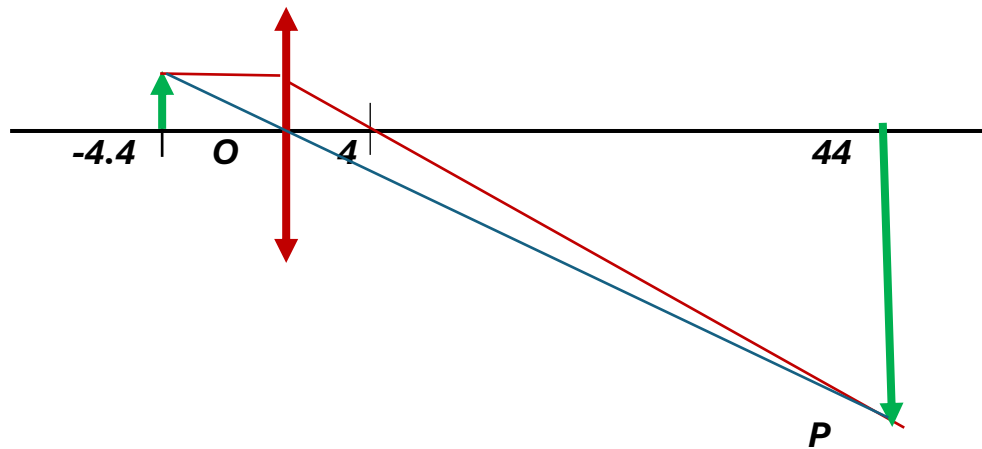
$$(2) \ s' = -10 \cdot s \rightarrow (1) \rightarrow \frac{1}{-10s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{-11}{10s} = \frac{1}{4} \rightarrow s = -4.4 \text{ cm}$$
$$s' = 44 \text{ cm}$$

b)

Para resolver gráficamente el problema es necesario saber, sobre todo, dos cosas que se han de cumplir en nuestros problemas:

Un rayo que se mueva paralelo al eje horizontal se refractará pasando por el foco $f' = +4$, en este caso.

Un rayo que pase por el centro sigue la misma trayectoria y no se refracta.



Como se ve en la figura, dos rayos que parten de la punta de la figura objeto, uno paralelo al eje y otro pasando por el centro, se juntan en el punto P , la imagen del objeto. Las longitudes son aproximadas.

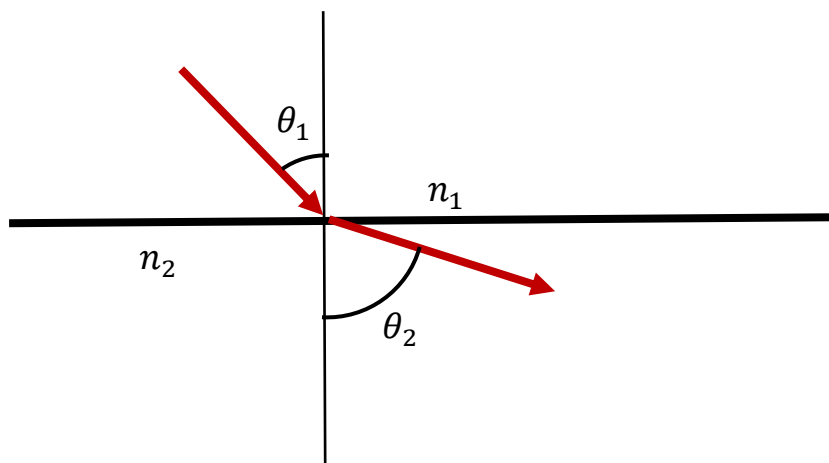
Problema 3

Un rayo de luz monocromático de frecuencia $f = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ incide con un ángulo $\theta_1 = 35^\circ$ sobre la superficie de separación de dos medios con diferentes índices de refracción, n_1 y n_2 . Sabiendo que dicho rayo viaja por el primer medio a una velocidad $v_1 = 2.4 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ y que su longitud de onda en el segundo medio es $\lambda_2 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ calcular:

a) El ángulo de refracción θ_2

b) El ángulo límite de incidencia θ_1 a partir del cual se producirá la reflexión total.

Dato: velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$



Para aplicar la ley de la refracción debemos de conocer los dos índices de refracción de los medios. En el primer medio conocemos la velocidad, por lo tanto:

$$n_1 = \frac{c}{v_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{2.4 \cdot 10^8} = 1.25$$

Para calcular el índice de refracción del segundo medio necesitamos conocer la velocidad con la que luz se propaga por él. Conocemos la longitud de onda, λ_2 . Debemos de recordar que **la frecuencia del rayo es constante y vale lo mismo en los dos medios,**

no así la velocidad y la longitud de onda. Y, como tenemos como dato la frecuencia y la longitud de onda, podemos calcular la velocidad:

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{f} \rightarrow v_2 = 5 \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Como la velocidad es la de la luz en el aire, concluimos que el segundo medio es el vacío o el aire. Su índice de refracción es, por lo tanto:

$$n_2 = 1$$

Ya estamos en condiciones de aplicar la ley de la refracción y responder a la pregunta a):

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \rightarrow 1.25 \cdot \sin 35 = 1 \cdot \sin \theta_2 \rightarrow \sin \theta_2 = 0.717 \rightarrow$$

$$\theta_2 = \arcsin 0.717 = 45.8^\circ$$

Para contestar a la segunda pregunta, hemos de recordar que el ángulo límite, **que sólo tiene sentido cuando el rayo pasa de un medio con mayor índice de refracción a otro de menor**, es aquel al que **le corresponde un ángulo refractado de 90 grados**:

$$1.25 \cdot \sin \theta_L = 1 \cdot \sin 90 \rightarrow \sin \theta_L = \frac{1}{1.25} \rightarrow \theta_L = 53.13^\circ$$