

Problema 1

Un rayo de luz monocromática pasa de un medio con índice de refracción n_1 a otro medio con índice n_2 . Sabiendo que n_1 es mayor que n_2

- a) Compare razonadamente la velocidad de propagación del rayo, su longitud de onda y su frecuencia en cada medio.**
- b) Justifique si existe o no la posibilidad de que exista reflexión total para un rayo que incide sobre la superficie de separación de ambos miembros.**

a)

La única magnitud que se mantiene constante cuando una onda electromagnética pasa de un medio a otro es la frecuencia

Sabiendo esto, pasamos a comparar las demás magnitudes.

Velocidades:

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{c}{n_1} \\ v_2 &= \frac{c}{n_2} \end{aligned} \rightarrow \left| n_1 > n_2 \text{ y } n = \frac{c}{v} \right| \rightarrow \frac{c}{v_1} > \frac{c}{v_2} \rightarrow v_1 < v_2$$

Longitud de onda:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{v_1}{f} \\ \lambda_2 &= \frac{v_2}{f} \end{aligned} \rightarrow |v_1 < v_2 \text{ y } v = \lambda f| \rightarrow \lambda_1 f < \lambda_2 f \rightarrow \lambda_1 < \lambda_2$$

b)

Debemos de saber que se produce reflexión total cuando el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite que se define como el ángulo de incidencia al que le corresponde un ángulo de refracción de 90 grados. Aplicando la ley de la refracción cuando un rayo pasa del primer medio, con índice de refracción **n_i** , al segundo, con índice de refracción **n_r** :

$$n_i \sin \hat{i}_L = n_r \sin 90^\circ \rightarrow \sin \hat{i}_L = \frac{n_r}{n_i}$$

Para que esto sea posible

$$\frac{n_r}{n_i} < 1 \rightarrow n_r < n_i$$

La luz ha de pasar de un medio cuyo índice de refracción sea mayor que el del medio en el que se refracta, al que pasa, como es nuestro caso ya que se cumple la inecuación anterior. Por lo tanto, sí, se puede dar la reflexión total en el supuesto que nos dicen.

Problema 2

Un rayo compuesto por luz roja y azul incide desde el aire sobre una lámina plana de vidrio con un ángulo de incidencia de 37° .

- Realice un esquema indicando las trayectorias de ambos rayos.**
- Determine el ángulo que forman entre sí los rayos rojo y azul en el interior del vidrio.**
- Calcule la frecuencia y la longitud de onda de cada componente del rayo dentro del vidrio.**

Datos:

$$n_{\text{aire}} = 1; n_{\text{vidrio rojo}} = 1.612; n_{\text{vidrio azul}} = 1.671; \lambda_{\text{aire rojo}} = 6.563 \cdot 10^{-7} \text{ m}; \lambda_{\text{aire azul}} = 4.861 \cdot 10^{-7} \text{ m};$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

a)

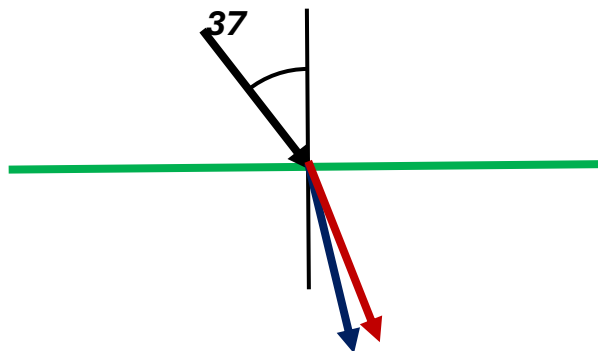
b)

Refracción del rayo rojo:

$$n_{\text{aire}} \cdot \sin \hat{i} = n_{\text{vidrio rojo}} \cdot \sin \hat{r} \rightarrow 1 \cdot \sin 37 = 1.612 \cdot \sin \hat{r} \rightarrow \sin \hat{r} = 0.3733 \rightarrow \hat{r} = 21.921^\circ$$

Refracción del rayo azul:

$$n_{\text{aire}} \cdot \text{sen}\hat{i} = n_{\text{vidrio azul}} \cdot \text{sen}\hat{r} \rightarrow 1 \cdot \text{sen}37 = 1.671 \cdot \text{sen}\hat{r} \rightarrow \\ \text{sen}\hat{r} = 0.3601 \rightarrow \hat{r} = 21.109^\circ$$



Los ángulos de refracción calculados son con la normal a la superficie de separación. Por lo tanto, el ángulo que forman los dos rayos en el vidrio es:

$$\beta = 21.921^\circ - 21.109^\circ = \mathbf{0.812^\circ}$$

c)

Como se ha comentado en otras ocasiones, al pasar de un medio a otro se conserva la frecuencia. Por ello, lo primero que hacemos es calcularla y, para ello, utilizamos el hecho de que conocemos la velocidad de los rayos en el aire, la misma $v = c$, y la longitud de onda, dada en el aire también.

$$\lambda_r = \frac{c}{f_r} \rightarrow f_r = \frac{3 \cdot 10^8}{6.563 \cdot 10^{-7}} = 4.571 \cdot 10^{14} \text{Hz} \\ \lambda_a = \frac{c}{f_a} \rightarrow f_a = \frac{3 \cdot 10^8}{4.861 \cdot 10^{-7}} = 6.171 \cdot 10^{14} \text{Hz}$$

Ahora calculamos la longitud de onda en el vidrio puesto que, como ya se ha dicho, la frecuencia se mantiene. Como se indica, hemos de calcular la velocidad de ambos rayos en el vidrio.

$$\lambda_{rv} = \frac{v_v}{f_r} \rightarrow \left| n_{rv} = \frac{c}{v_{rv}} \rightarrow v_{rv} = \frac{c}{n_{rv}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.612} = 1.861 \cdot 10^8 \right| \rightarrow \lambda_{rv} = \frac{1.861 \cdot 10^8}{4.571 \cdot 10^{14}}$$

$$\lambda_{av} = \frac{v_v}{f_a} \rightarrow \left| n_{av} = \frac{c}{v_{av}} \rightarrow v_{av} = \frac{c}{n_{av}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.671} = 1.795 \cdot 10^8 \right| \rightarrow \lambda_{av} = \frac{1.795 \cdot 10^8}{6.171 \cdot 10^{14}}$$

$$\lambda_{rv} = 4.071 \cdot 10^{-7} m$$

$$\lambda_{av} = 2.909 \cdot 10^{-7} m$$

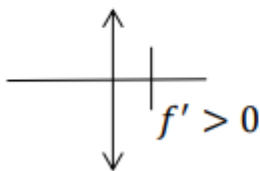
Cuestión 1

Realice y explique el trazado de rayos para un objeto situado a la izquierda del foco imagen de una lente divergente. Determine justificadamente las características de la imagen.

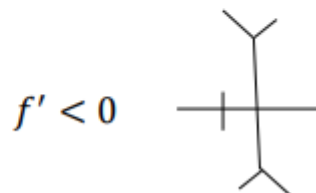
Recordamos primero las leyes de las lentes y el criterio de signos.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$A_L = \frac{s'}{s}$$



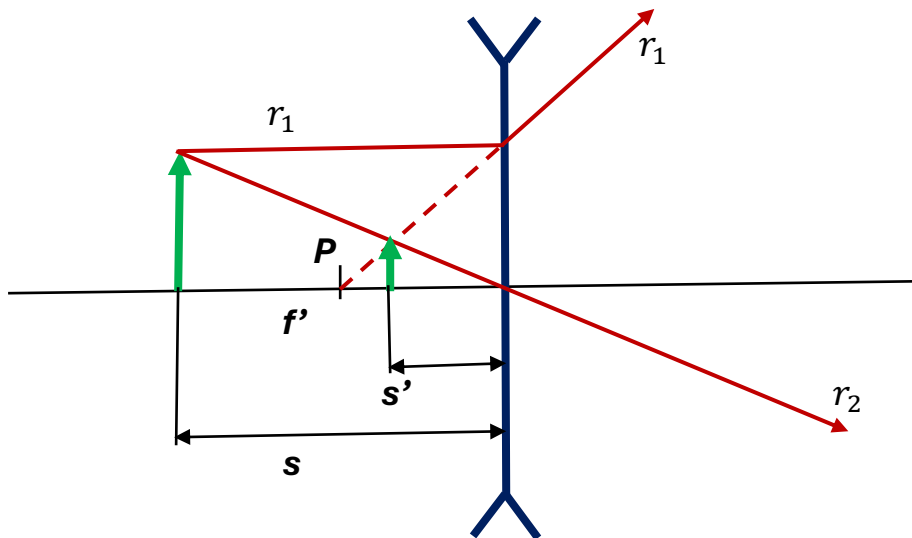
Convergente



Divergente

Los signos, tanto del objeto, de la imagen y de las distancias focales son negativos si están a la izquierda de la lente y positivos si está a la derecha.

Pasamos a resolver la primera pregunta. Dibujamos, como no puede ser de otra manera, la situación del enunciado.



Debemos de saber que un rayo paralelo al eje de la lente, r_1 , se refracta pasando, él o su prolongación, por el foco imagen, f' . En nuestro caso, como se observa en la figura y por tratarse de una lente

divergente, siempre es su prolongación la que pasa por el foco imagen, marcada en línea roja punteada.

Un rayo que pase por el centro sigue en línea recta, rayo r_2 . La imagen se obtiene donde ambos interseccionan, vertical y con su extremos marcado con una flecha en el punto P .

La imagen es virtual porque su extremo es la intersección de un rayo “virtual”, prolongación de un rayo real, con otro real. **El tamaño es menor** y, como la flecha que marca la imagen es del mismo sentido que la marca el objeto, **la imagen es derecha**.

Problema 3

Un objeto de 2 cm de altura se coloca a 4 cm de una lente delgada formando una imagen derecha y con un tamaño cinco veces mayor que el del objeto. Explique si la lente es convergente o divergente. Calcule la posición de la imagen y la distancia focal de la lente indicando el criterio de signos aplicado. Dibuje razonadamente el trazado de rayos y justifique si la imagen es real o virtual.

En este caso, como tenemos datos numéricos, vamos primero a calcular los datos que faltan y después reflejaremos los resultados en una figura, como además nos dicen que hagamos:

Suponemos el objeto colocado a la izquierda de la lente

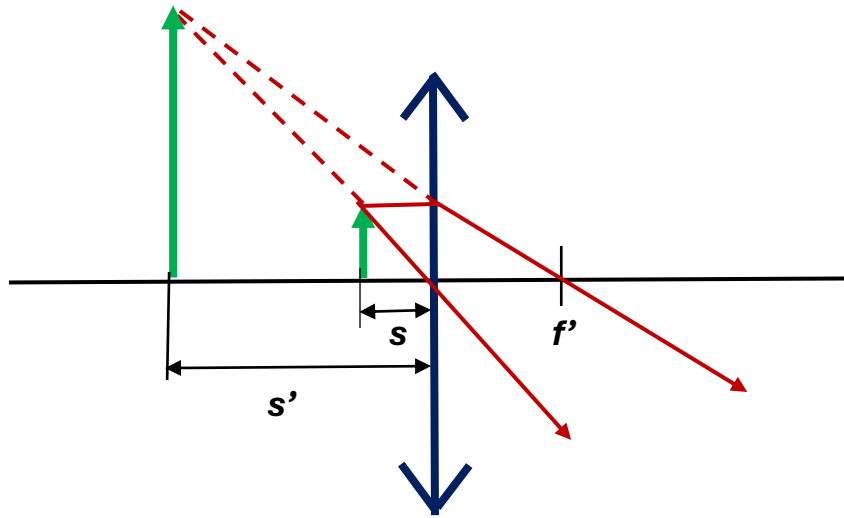
$$\begin{aligned} s &= -4 \text{ cm} \\ y &= 2 \text{ cm} \rightarrow A_L = \frac{s'}{s} \rightarrow 5 = \frac{s'}{-4} \rightarrow s' = -20 \\ A_L &= +5 \end{aligned}$$

Donde, al decirnos que la imagen es derecha, el aumento lateral es **positivo**.

Como ya conocemos la posición del objeto y de la imagen, podemos calcular el foco imagen:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{-20} - \frac{1}{-4} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{4}{20} = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = 5$$

Se trata, por lo tanto, de una lente convergente. Ya hemos contestado a todas las preguntas numéricas. Ahora dibujamos la situación:



$$s = -4 \text{ cm}$$

$$f' = 5 \text{ cm}$$

$$s' = -20 \text{ cm}$$

El dibujo es aproximado, las medidas están hechas sin regla.
Como la imagen está producida por prolongación de rayos reales, la imagen es virtual.