

Ejercicio 1

Dos partículas cargadas son lanzadas con la misma velocidad en una dirección perpendicular a un campo magnético uniforme. Deduzca razonadamente la expresión del radio de la trayectoria. Sabiendo que la masa de la primera es 10 veces mayor y su carga es el doble que la de la segunda calcule la razón entre las frecuencias de sus movimientos.

De la expresión fundamental que nos da la fuerza que un campo magnético ejerce sobre una carga

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{\beta})$$

Es claro que el vector fuerza es perpendicular a la velocidad y se producirá, por lo tanto, un movimiento circular donde la fuerza magnética hace el papel de fuerza centrípeta. Aplicando la ley de Newton de la rotación:

$$F_c = m \frac{v^2}{R} \rightarrow qv\beta \sin 90 = m \frac{v^2}{R} \rightarrow q\beta = m \frac{v}{R} \rightarrow R = \frac{mv}{q\beta}$$

Se recalca que se pueden simplificar las velocidades porque son la misma. **La fuerza magnética, al ser perpendicular a la velocidad, tiene trabajo nulo y, por lo tanto, no puede modificar la energía cinética.**

De la expresión anterior vamos a deducir la frecuencia del movimiento circular para poder contestar a la segunda pregunta.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi R}{v} \rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2\pi \frac{mv}{q\beta}}{v} \rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2\pi m}{q\beta} \rightarrow f = \frac{q\beta}{2\pi m}$$

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{q_1\beta}{2\pi m_1} = \frac{2q_2\beta}{2\pi 10m_2} \rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{2q_2\beta}{2\pi 10m_2}}{\frac{q_2\beta}{2\pi m_2}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \\ f_2 &= \frac{q_2\beta}{2\pi m_2} \end{aligned}$$

Ejercicio 2

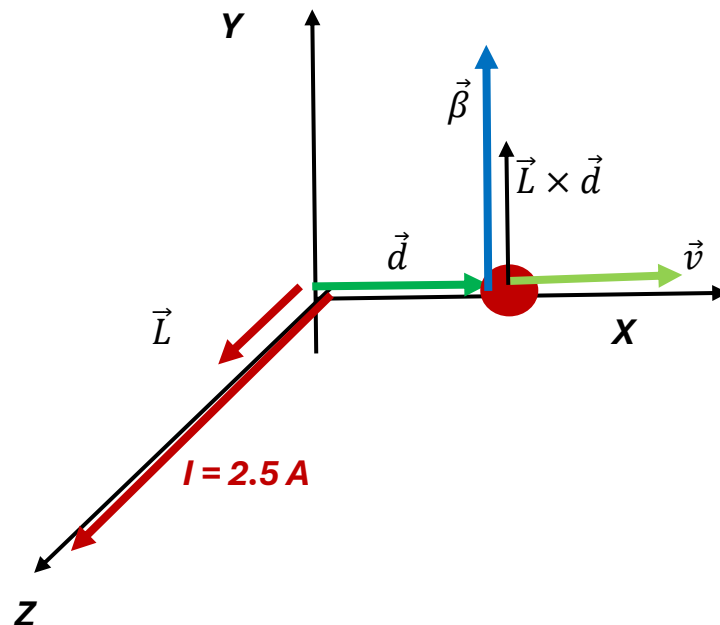
Un conductor rectilíneo muy largo está situado en el eje OZ y está recorrido por una corriente $I = 2.5 \text{ A}$ en sentido positivo del mismo. Responda a las siguientes cuestiones apoyándose en esquemas para completar los razonamientos.

- Determine la fuerza (vector) que actúa sobre una carga $q = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ que se encuentra en el eje OX en el punto $x = 0,05 \text{ m}$ y tiene una velocidad de módulo $5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ en sentido positivo del eje OX.
- Un segundo conductor idéntico al anterior se dispone para paralelamente al primero y corta al eje OX en $x = 0.15 \text{ m}$. Calcule la intensidad que debe recorrer este segundo conductor (indicando su sentido) para que la carga no sufra fuerza alguna.

Datos permitividad magnética del vacío. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ TmA}^{-1}$

a)

Como siempre, hacemos un esquema de la situación:



Hemos de saber, según se ha explicado en la teoría, que el campo magnético creado por un conductor rectilíneo a una distancia d de él tiene de módulo

$$\beta = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

Su dirección y sentido viene dado por el producto vectorial de dos vectores: el primero, que tiene la dirección y sentido de la intensidad que lo recorre, marcado en la figura como $\vec{L}$ y el segundo, que es perpendicular al cable y cuyo extremo es el punto donde queremos calcular el campo, en la figura marcado como $\vec{d}$. Por supuesto que también podemos utilizar la regla de la mano derecha, pero, en este caso, sufrimos la posibilidad de dislocarnos la muñeca. “Visualmente”, si tenemos un poco de imaginación espacial podemos ver que ese producto vectorial va en la dirección del eje **OY**, sentido positivo. Y si todavía no lo vemos, siempre podemos aplicar la definición de producto vectorial:

$$\begin{matrix} \vec{L} = (0,0,1) \\ \vec{d} = (1,0,0) \end{matrix} \rightarrow \vec{L} \times \vec{d} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{j}$$

Resultando, como se ha dicho, un vector en la dirección y sentido del eje **OY**.

El vector campo creado en ese punto será entonces:

$$\vec{\beta} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2.5}{2\pi \cdot 0.05} \vec{j} = 10^{-5} \vec{j} \text{ T}$$

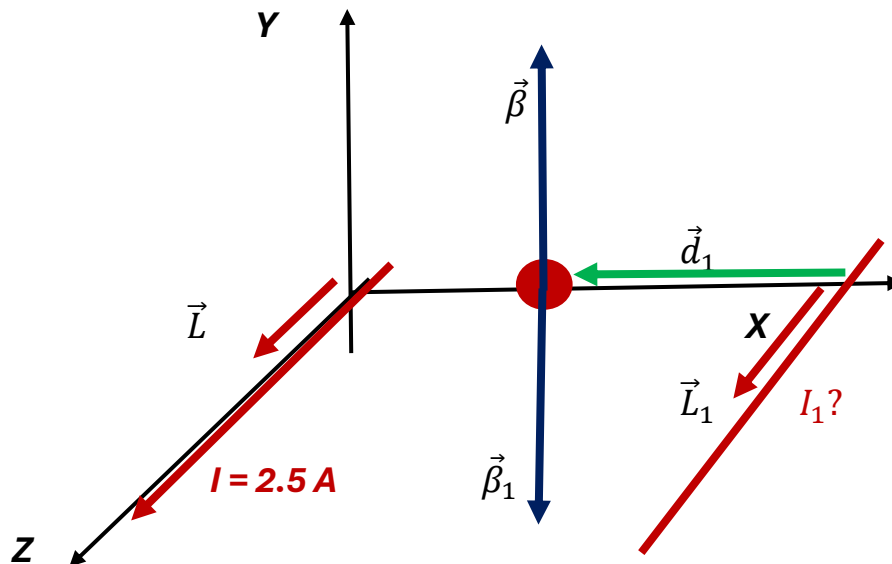
Ya estamos en condiciones de calcular la fuerza:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{\beta}) = 3 \cdot 10^{-6} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 \end{vmatrix} = 15 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ N}$$

También podíamos haber calculado su módulo y, por la regla de la mano derecha o “visualmente”, ver que la dirección y sentido es la deducida. Creemos que es mejor aplicar la definición matemática,

salvo en casos muy sencillos, y así tener la seguridad de que el resultado es correcto.

b)



Si la fuerza sobre la carga ha de ser nula, el campo magnético donde está ha de serlo también. Por lo tanto, el cable de la derecha ha de producir un campo magnético del mismo módulo, pero de sentido opuesto al campo que produce el cable dado primero de la derecha. El cálculo de la intensidad es entonces, igualando módulos:

$$\beta = \beta_1 \rightarrow 10^{-5} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} I_1}{2\pi \cdot 0.15} \rightarrow I_1 = 7.5 \text{ A}$$

Para calcular el sentido de la intensidad, como hemos hecho ya en otras ocasiones, elegimos uno de ellos arbitrariamente. Si con esa opción conseguimos lo que queremos hemos acertado, si no será el sentido contrario.

En nuestro caso hemos elegido la intensidad por ese cable en el sentido positivo del eje **OZ**, como se observa en la figura. El sentido del campo magnético creado será, como en el caso anterior, el del producto vectorial $\vec{L}_1 \times \vec{d}_1$ que, con la práctica que se supone que ya tenemos, es en el sentido negativo del eje **OY**. Si no, podemos utilizar la regla de la mano derecha o la definición de producto vectorial, como se ha hecho en el apartado anterior.

Como hemos conseguido lo que queríamos, que el campo magnético creado por el segundo cable anule al primero, ese es entonces el sentido de la intensidad.