

OPERACIONES CON RADICALES

Como ya hemos visto en la lección referida a las potencias, hemos de recordar que una raíz es una potencia fraccionaria:

$$\sqrt[n]{b^m} = b^{\frac{m}{n}}$$

Donde “ n ” se llama índice de la raíz y radicando a lo que está dentro de ella.

Siguen las mismas propiedades de lo que realmente son, potencias. Sin embargo, para operar cómodamente con ellas viene bien conocer las siguientes reglas. Tener presente que al ser el índice una fracción, podemos transformar una raíz en otra muchas equivalentes:

$$\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{2}{4}} = \sqrt[4]{5^2} = 5^{\frac{6}{12}} = \sqrt[12]{5^6} = \dots$$

Multiplicación y división si las raíces tienen el mismo índice

$$\sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{a} = b^{\frac{1}{n}} \cdot a^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

O, lo que es lo mismo, el producto de dos raíces del mismo índice es igual a la raíz del producto de sus radicandos.

$$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{5 \cdot 7}$$

Multiplicación (y división) si tienen distinto índice

Para poder multiplicar dos raíces de distinto índice nos hace falta primero transformarlas para que tengan el mismo índice. Dado que el índice es el denominador de una fracción, podemos “jugar” con las propiedades de las fracciones para que las dos raíces tengan los índices con el mismo denominador, y aplicar lo que se ha dicho en el párrafo anterior. Este denominador será, como se puede prever, el mínimo común múltiplo de los dos denominadores que definen el índice de las raíces. En este caso, creemos que el un ejemplo numérico es más clarificador

$$\sqrt[2]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} = |m.c.m(2,3) = 6| = a^{\frac{3}{6}} \cdot b^{\frac{2}{6}} =$$

$$\sqrt[6]{a^3 \cdot b^2} = \sqrt[6]{a^3 \cdot b^2}$$

Raíz de una raíz

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[n]{b^{\frac{1}{m}}} = b^{\frac{1}{n \cdot m}} = b^{\frac{1}{m \cdot n}} = \sqrt[m \cdot n]{b}$$

Es una única raíz de índice el producto de los índices.

$$\sqrt[2]{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[2 \cdot 4]{3} = \sqrt[8]{3}$$

Y, por último, vamos a ver cómo se pueden extraer de una raíz potencias que sean múltiplo del índice.

Extracción de factores

Como en el caso anterior, creemos que un ejemplo se entiende mejor:

$$\sqrt[2]{3125} = |3125 = 5^5| = \sqrt[2]{5^5} = \sqrt[2]{5^2 \cdot 5^2 \cdot 5} = \sqrt[2]{5^2} \cdot \sqrt[2]{5^2} \cdot \sqrt[2]{5}$$

$$= 5 \cdot 5 \cdot \sqrt[2]{5} = 5^2 \sqrt[2]{5}$$

Aunque no es necesario poner el “2” cuando se trata de una raíz cuadrado hemos preferido ponerlo para que se entienda mejor.

La parte fundamental del proceso es poner el radicando como potencias sucesivas de “**cuadrados**”, que es el índice de la raíz, hasta llegar al “pico” que nos sobra, **en nuestro caso un último “cinco”**. Después, cada potencia elevada al cuadrado sale de la raíz. Eso “a ojo”, cuando los índices y las potencias del radicando son relativamente pequeñas. En la parte de ejercicios haremos algún ejemplo más complicado, mejor dicho, más largo