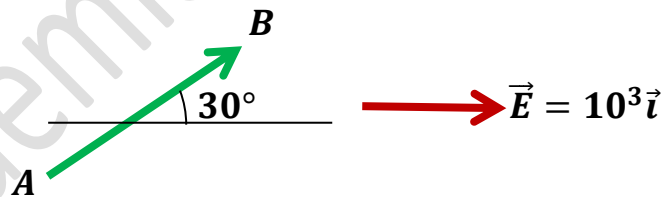


POTENCIAL

La fuerza eléctrica, al igual que la gravitatoria, **tiene una propiedad fundamental: el trabajo del campo eléctrico entre dos puntos, P y Q, NO depende de la trayectoria que una los puntos P y Q, sólo depende de la posición de esos puntos. A las fuerzas que cumplen esa condición se las denomina fuerzas conservativas** (en nuestro nivel sólo hay tres fuerzas conservativas: la fuerza eléctrica, la fuerza gravitatoria y la fuerza elástica ejercida por los muelles).

Apoyándonos en esa propiedad, podemos definir **la diferencia de potencial eléctrica entre dos puntos como el trabajo hecho por el campo eléctrico cuando se traslada entre esos puntos y cambiado de signo**

Por ejemplo, vamos a calcular la diferencia de potencial entre los puntos A y B generada por el campo $\vec{E}$. La distancia entre A y B es 5 m y el ángulo que forma la línea AB con la horizontal es de 30 grados.



Aplicando la definición de trabajo entre dos puntos:

$$\begin{aligned} V(B) - V(A) &= -\vec{E} \cdot \vec{AB} = -|\vec{E}| \cdot |\vec{AB}| \cos \alpha = -10^3 \cdot 5 \cdot \cos 30 = \\ &= -\frac{5\sqrt{3}}{2} 10^3 \text{ V} \end{aligned}$$

Es, como se ha dicho, un trabajo y su unidad sería el Julio. Sin embargo, como es el trabajo del campo eléctrico (fuerza por unidad de carga) su unidad es Julio/Culombio y tiene nombre propio: **voltio**

Fijarse que si nos trasladamos en la dirección del campo su trabajo será positivo y por lo tanto la diferencia de potencial negativa. **Por lo tanto, el potencial decrece en el sentido del campo**

Para trabajar de una manera más sencilla se elige un punto arbitrario como origen de potenciales dándole a ese punto el valor de potencial cero. De esa manera se puede hablar de la función potencial en un punto, definida como el trabajo del campo eléctrico y cambiado de signo cuando el campo se traslada desde el origen de potenciales hasta ese punto. En nuestro nivel, nos basta saber que el origen de potenciales se ha elegido en el infinito porque así la función potencial creada por una carga Q tiene una expresión más sencilla.

El potencial, por lo tanto, ES UN NÚMERO. El potencial creado por una carga q a una distancia r de ella se calcula con la fórmula:

$$V = k \frac{q}{r}$$

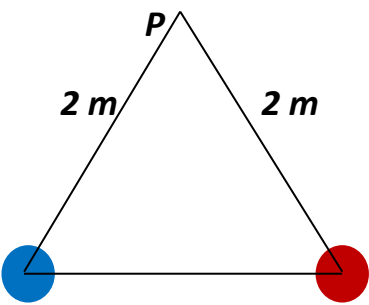
La carga con su signo.

También podemos decir que el potencial en un punto, de una forma intuitiva pero que nos puede servir para tener una imagen, es la energía potencial que tendría en ese punto la unidad de carga positiva **+1 C** (como la energía potencial gravitatoria de una masa situada a una altura sobre la superficie terrestre)

Para calcularlo en un punto, se aplica la fórmula anterior a cada carga y para calcular el potencial total se suman todos los potenciales algebraicamente.

Ejemplo 1

Calcular el potencial en el punto P debido a las cargas azul y roja de valores los dados.



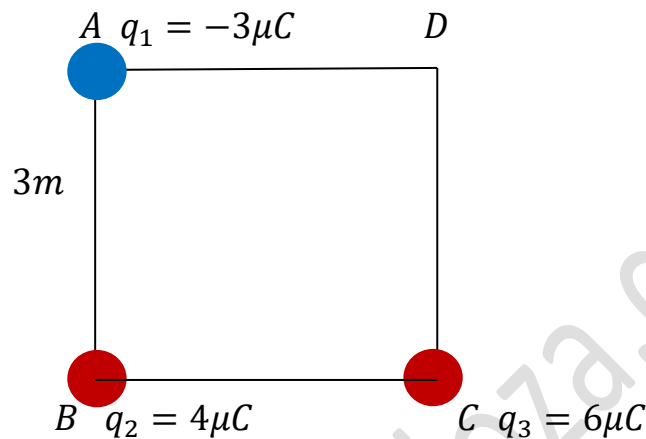
$q_1 = -3\mu C$ $q_2 = +4\mu C$

$$V_p = k \frac{q_1}{r_1} + k \frac{q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{2} + 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2} =$$
$$V_p = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{2} (-3 + 4) = \frac{9}{2} 10^3 V$$

A continuación, vemos varios ejemplos en los que se calcula el campo eléctrico y el potencial en un punto. Son dos conceptos que hemos de dominar perfectamente y por ello también resolvemos en esta lección problemas sobre campo eléctrico.

Ejemplo 2

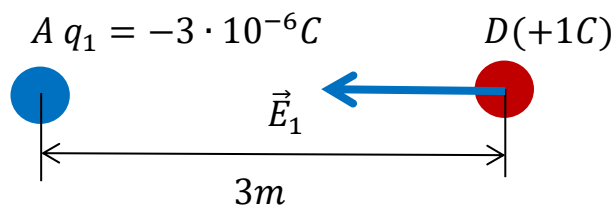
Calcular el campo eléctrico producido por las tres cargas de la figura situadas en los puntos A, B, C en el punto D del cuadrado. Calcular también el potencial en ese mismo punto. Lado del cuadrado 3 m.



Solución:

Para hallar el campo eléctrico en un punto ponemos en ese punto $+1\text{ C}$ y aplicando simplemente la ley de Coulomb vamos calculando las fuerzas que cada carga que nos den ejerce en ese punto sobre $+1$

Carga q_1



Dibujamos la fuerza que la carga q_1 hace a la carga de $+1\text{ C}$. Al ser la carga q_1 negativa atraerá a la carga $+1\text{ C}$

Una vez dibujado el vector, y sólo entonces, calculamos el vector $\vec{E}_1$. Primero su módulo:

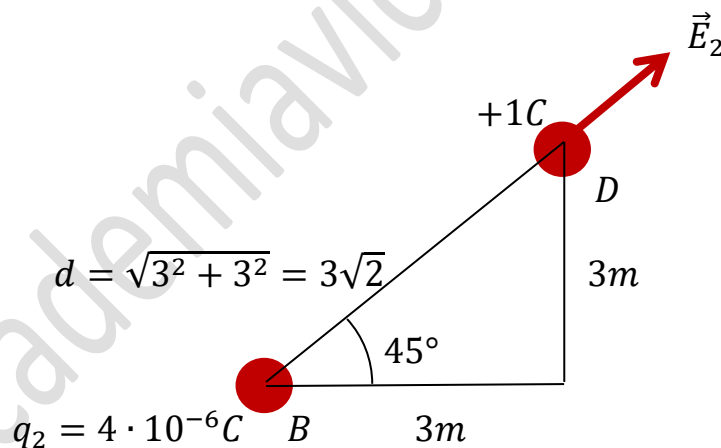
$$|\vec{E}_1| = k \frac{Q \cdot 1}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6}}{3^2} = 3 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Para calcular este vector, como cualquier otro vector, sólo tenemos que descomponerlo en su componente horizontal y vertical (teniendo en cuenta su signo según sean hacia la izquierda o derecha o hacia arriba o abajo). En nuestro caso NO hace falta porque es horizontal (ya está descompuesto) y hacia la izquierda. Entonces:

$$\vec{E}_1 = 3 \cdot 10^3 (-\vec{i}) = -3 \cdot 10^3 \vec{i}$$

Y ahora continuamos haciendo lo mismo con las otras dos cargas que nos quedan.

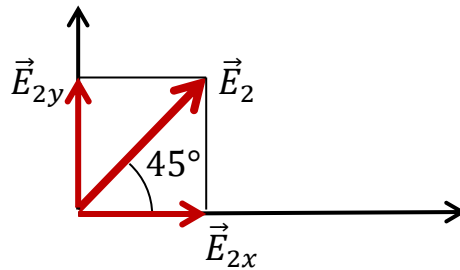
Carga q_2



Volvemos a dibujar lo primero la fuerza que la siguiente carga, q_2 , ejerce sobre $+1 \text{ C}$ en el punto donde queremos calcular el campo, punto **D**. Esa fuerza, como ya se ha dicho, tiene su origen en la carga de $+1 \text{ C}$. Dado que la carga q_2 es positiva repelerá a $+1 \text{ C}$. Calculamos el módulo de esa fuerza aplicando otra vez la ley de Coulomb

$$|\vec{E}_2| = k \frac{q_2 \cdot 1}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Ese es el módulo del vector, ahora lo descomponemos en sus componentes para dar la expresión del vector $\vec{E}_2$



$$|\vec{E}_{2y}| = |\vec{E}_2| \cos 45 = 2 \cdot 10^3 \frac{\sqrt{2}}{2} = 10^3 \sqrt{2}$$

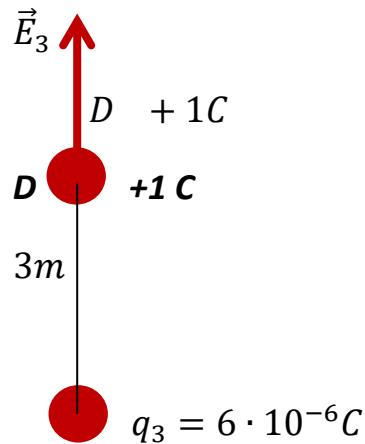
El módulo, la largura, de la componente horizontal es el mismo (el ángulo es de 45 grados). Por lo tanto, ya tenemos el módulo de ambas flechas y podemos decir:

$$\vec{E}_2 = 10^3 \sqrt{2} \vec{i} + 10^3 \sqrt{2} \vec{j}$$

Donde claramente a esas larguras les hemos puesto la dirección por medio de los vectores $\vec{i}$ y $\vec{j}$ positiva la primera porque va hacia la derecha y positiva también la segunda porque va hacia arriba.

Sólo nos queda calcular el campo eléctrico creado por la carga q_3 .

Carga q_3



Una vez dibujado el vector $\vec{E}_3$ calculamos su módulo aplicando la ley de Coulomb

$$|\vec{E}_3| = k \frac{q_3 \cdot 1}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{6 \cdot 10^{-6}}{9} = 6 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Para dar la expresión de vector, como ya se ha dicho, hay que descomponerlo siempre en sus dos componentes, horizontal y vertical, pero en este caso no hace falta claramente porque YA es vertical (y hacia arriba). Sabemos que somos muy cansos hablando de esto, pero también sabemos la gran cantidad de veces que se mete la pata por no tenerlo en cuenta. Por lo tanto

$$\vec{E}_3 = 6 \cdot 10^3 \vec{j}$$

Para dar la respuesta, el campo total en el punto D creado por las tres cargas SUMAMOS los campos calculados producidos por cada una de ellas:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \rightarrow$$

$$\vec{E} = -3 \cdot 10^3 \vec{i} + 10^3 \sqrt{2} \vec{i} + 10^3 \sqrt{2} \vec{j} + 6 \cdot 10^3 \vec{j}$$

$$\vec{E} = (-3 + \sqrt{2})10^3 \vec{i} + (\sqrt{2} + 6)10^3 \vec{j}$$

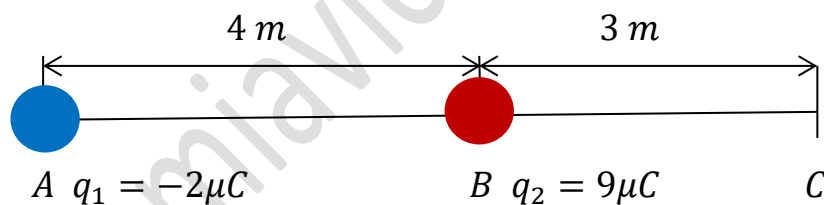
Si quisiéramos calcular su módulo, aplicaríamos la fórmula del módulo de un vector.

El cálculo del potencial es más fácil porque el potencial es un número:

$$\begin{aligned}
 V &= \sum k \frac{q_i}{d_i} = k \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{3} + k \frac{4 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{18}} + k \frac{6 \cdot 10^{-6}}{3} = \\
 &= k \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{3} + k \frac{4 \cdot 10^{-6}}{3\sqrt{2}} + k \frac{6 \cdot 10^{-6}}{3} = \\
 &k \frac{10^{-6}}{3} \left(-3 + \frac{4}{\sqrt{2}} + 6 \right) = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{3} (3 + 2\sqrt{2}) = \\
 V &= 3 \cdot 10^3 (3 + \sqrt{2}) \text{ V (voltios)}
 \end{aligned}$$

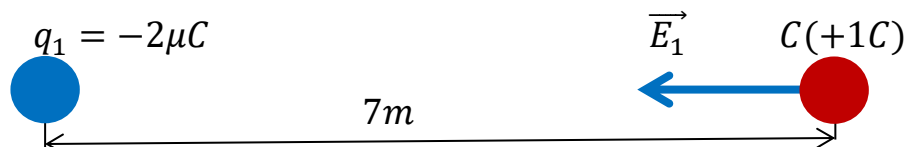
Ejemplo 3

Calcular el campo y el potencial eléctrico en el punto C creado por las dos cargas de la figura situadas en los puntos A y B



Calculamos, como en el caso anterior, el campo eléctrico en el punto C:

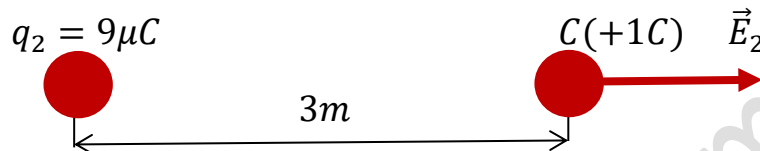
Carga q_1



$$E_1 = k \frac{q_1}{d_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{7^2} = \frac{18}{49} 10^3 \rightarrow \vec{E}_1 = \frac{18}{49} 10^3 (-\vec{i})$$

Donde el sentido del campo es de atracción hacia la carga q_1 pues es negativa y atrae a la unidad de carga positiva.

Carga q_2



Calculamos, como siempre, su módulo

$$E_2 = k \frac{q_2}{d_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{9 \cdot 10^{-6}}{9} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ N/C}$$

Y el vector será

$$\vec{E}_2 = 9 \cdot 10^{-3} \vec{i}$$

Hacia la derecha, por ser repelida la unidad de carga positiva por la carga dada q_2 , ya que esta es también positiva.

El campo total es la suma vectorial de los campos de cada carga:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -\frac{18}{49} 10^3 \vec{i} + 9 \cdot 10^3 \vec{i} = \left(-\frac{18}{49} + 9\right) \vec{i}$$

El potencial en ese punto será

$$\begin{aligned} V(C) &= \sum k \frac{q_i}{r_i} = 9 \cdot 10^9 \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{7} + 9 \cdot 10^9 \frac{9 \cdot 10^{-6}}{3} = \\ &= 9 \cdot 10^3 \left(-\frac{2}{7} + 3\right) \text{ V} \end{aligned}$$