

Problema 1

El satélite Sentinel-1, que forma parte del programa Copernicus, ha suministrado imágenes muy útiles para el estudio de la erupción del volcán de La Palma en 2021. Sentinel-1 tiene una masa de 2300 kg y se encuentra en una órbita circular a 700 km sobre la superficie terrestre.

- a) Deduzca la expresión que relaciona el período del satélite T , con el radio de la órbita r , la constante de gravitación universal G y la masa de la tierra. Calcule el tiempo que tarda sentinel-1 en dar una vuelta completa en su órbita.**
- b) Deduzca la expresión de la energía mecánica total de un satélite de masa m en una órbita circular de radio r expresándola en función de G , masa de la Tierra, masa del satélite y r . Obtenga la energía mecánica total del satélite sentinel-1.**

Datos:

Constante de gravitación universal, $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Masa de la Tierra, $M_T = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Radio de la tierra $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$

a)

Como debemos de saber, la ley fundamental para el movimiento orbital circular es:

$$F_G = F_C \rightarrow G \frac{M_T \cdot m_s}{r^2} = m_s \frac{v^2}{r} \rightarrow G \frac{M_T}{r} = v^2 \rightarrow G \cdot M_T = v^2 \cdot r$$

Donde F_G es la fuerza de atracción gravitatoria sobre el satélite que ejerce el papel de la fuerza centrípeta, F_C . Aunque podemos partir siempre de esta idea, la ley remarcada a la derecha es muy cómoda para iniciar cualquier problema de órbitas. Como nos marca el

enunciado, r es el radio de la órbita, la distancia del satélite al centro del astro respecto al que orbita, la Tierra en nuestro caso.

Como nos han pedido que relacionemos el periodo con la distancia r , hacemos aparece en esa ley el periodo:

$$G \cdot M_T = v^2 \cdot r \rightarrow \left| v = \omega \cdot r = \frac{2\pi}{T} r \right| \rightarrow G \cdot M_T = \frac{4\pi^2}{T^2} r^3 \rightarrow$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM_t} r^3}$$

En el caso del satélite del problema:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}} (6.37 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5)^3}$$

$$T \approx 5919 \text{ s} = 1.64 \text{ horas}$$

b)

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m_s v^2 - G \frac{M_T m_s}{r} = \left| v^2 = G \frac{M_T}{r} \right| =$$

$$\frac{1}{2} m_s G \frac{M_T}{r} - G \frac{M_T m_s}{r} = -\frac{1}{2} G \frac{M_T m_s}{r}$$

En nuestro caso, la energía total del satélite será:

$$E_m = -\frac{1}{2} 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{5.97 \cdot 10^{24} \cdot 2300}{6.37 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5} = -6.48 \cdot 10^{10} \text{ J}$$