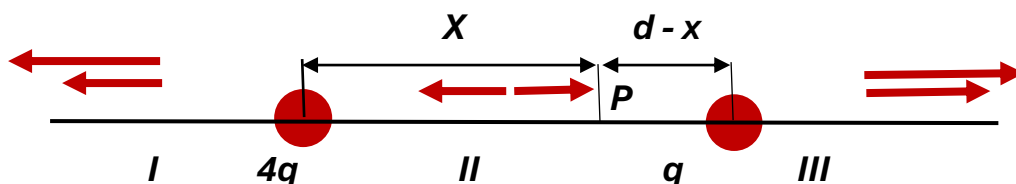


Problema 3 (campo eléctrico. Cargas puntuales)

Dos cargas positivas de valor q y $4q$ se encuentran separadas una distancia d . Explique, con ayuda de un esquema, si puede ser nulo el campo eléctrico en algún punto del segmento que las une. En caso afirmativo determine dicho punto en función de la distancia d .

El campo eléctrico, de ser nulo, sólo puede serlo en la recta que las une. En cualquier otro punto, los vectores campo eléctrico creado por cada una de ellas serán dos vectores no paralelos y, por lo tanto, su suma nunca será nula. Estudiamos entonces las tres zonas en las que las cargas dividen a la recta que las une:



Como vemos en la figura, en la zona **I** y en la zona **III** los campos van en la misma dirección y sentido y, por lo tanto, nunca se podrán anular. Solo en la zona **II** el campo creado por la carga $4q$ va hacia la derecha y el campo creado por la carga q va hacia la izquierda. Es en esa zona donde el campo puede ser cero. Definimos el punto **P** en el cual ocurre eso por medio de la distancia x .

Para que el campo sea cero en **P** aplicamos la condición de que los módulos de los vectores campo creados por cada una de las cargas tengan el mismo módulo:

$$k \frac{4q}{x^2} = k \frac{q}{(d-x)^2} \rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2} \rightarrow \frac{(d-x)^2}{x^2} = 4 \rightarrow$$

$$\frac{d-x}{x} = \pm 2 \rightarrow \frac{d-x}{x} = 2 \rightarrow x = \frac{d}{3}$$

$$\frac{d-x}{x} = -2 \rightarrow x = -d$$

El valor pedido es el remarcado en **“negrita”**. El valor de x negativo no tiene sentido. Fijarse que, para no tener que resolver una

ecuación de segundo, en la última expresión de la primera línea hemos sacado en ambos miembros la raíz cuadrada.

Cuestión 1

Razone la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: el trabajo que realiza el campo eléctrico sobre una partícula cargada que se mueve sobre una superficie equipotencial siempre es positivo.

Como debemos de recordar, el trabajo del campo eléctrico entre dos puntos viene dado por:

$$W_{C.E.} = -q\Delta V$$

Y dado que en una superficie equipotencial todos los puntos tienen el mismo potencial, resulta que $\Delta V = 0$. El trabajo es por lo tanto cero y no positivo. La afirmación es falsa.

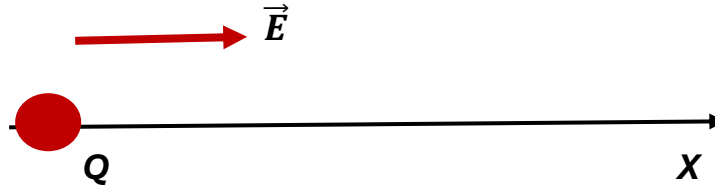
Problema 3 (campo eléctrico. Aceleración y Trabajo)

Una partícula de masa $2 \cdot 10^{-10} \text{ kg}$ y carga $2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se encuentra inicialmente en reposo en el punto $(0,1)$. Posteriormente se aplica un campo eléctrico uniforme de 1000 NC^{-1} en el sentido positivo del eje OX. Considerando que no actúa ninguna fuerza gravitatoria sobre la partícula:

- a) Realice un esquema justificando la trayectoria descrita por la partícula y***
- b) Determine el trabajo realizado por el campo eléctrico sobre la partícula después de recorrer 1 m. ¿Cuál será entonces el módulo de la velocidad de la partícula?***

a)

El esquema es muy sencillo, sólo actúa la fuerza eléctrica:



$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 \vec{i} \rightarrow |\vec{F} = m\vec{a}| \rightarrow 2 \cdot 10^{-3} \vec{i} = 2 \cdot 10^{-10} \vec{a} \rightarrow$$

$$\vec{a} = 10^7 \vec{i}$$

Como la carga está inicialmente en reposo, con la aceleración calculada su trayectoria será rectilínea uniformemente acelerada sobre el eje 0X.

b)

Dado que la fuerza eléctrica sobre la partícula es constante y la trayectoria una línea recta, podemos aplicar la definición de trabajo fácilmente:

$$W_{c.E.} = (Q \cdot E) d \cos \alpha = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 \cdot 1 \cdot \cos 0 = 2 \cdot 10^{-3} J$$

Aplicando el primer teorema del trabajo que nos dice que el trabajo total se invierte en incrementar la energía cinética:

$$W_T = \Delta E_c \rightarrow 2 \cdot 10^{-3} = \frac{1}{2} 2 \cdot 10^{-10} v_f^2 - 0$$

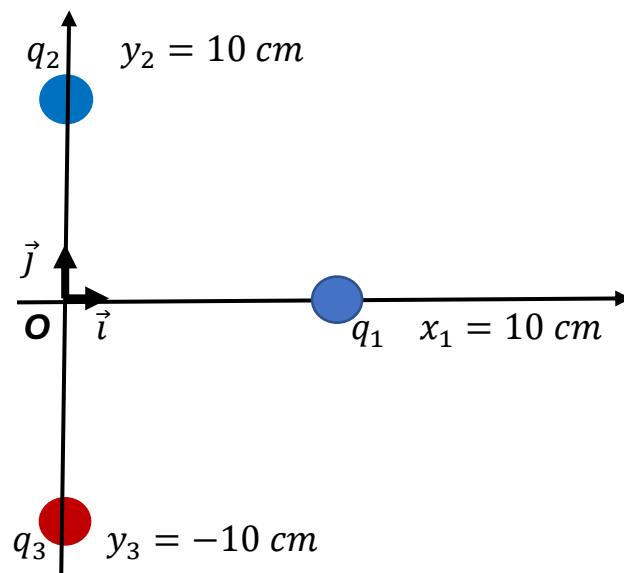
Ya que la energía cinética inicial es cero. Despejando:

$$v_f = \sqrt{2 \cdot 10^7} = 2 \cdot 10^3 \sqrt{5} \text{ ms}^{-1}$$

Problema 4 (campo eléctrico. Cargas puntuales)

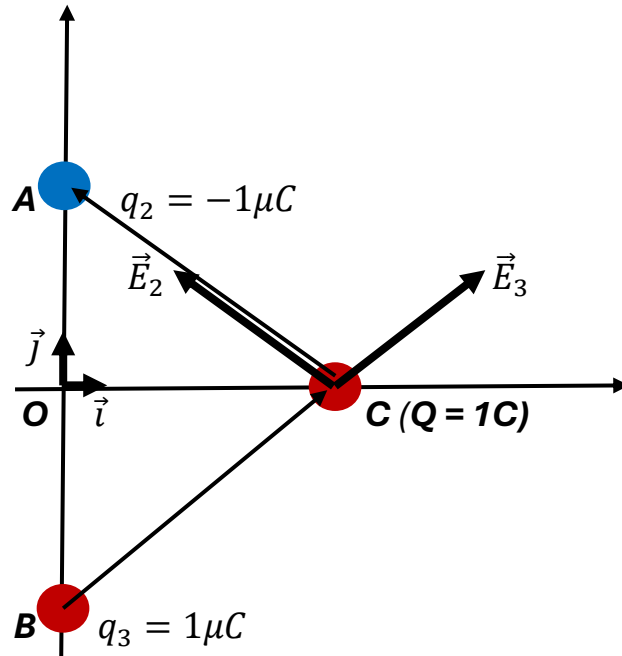
Tres cargas puntuales, $q_1 = -1\mu\text{C}$, $q_2 = -1\mu\text{C}$ y $q_3 = 1\mu\text{C}$, están situadas en el plano XY según indica la figura. Calcular el campo eléctrico total, $\vec{E}$, que crean las cargas q_2 y q_3 en el punto dónde está situada la carga q_1 . Calcular también la fuerza total que ejercen las cargas q_2 y q_3 sobre la carga q_1 .

Dato la constante de Coulomb: $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$



Para contestar a la primera pregunta, campo eléctrico en el punto donde está la carga q_1 , quitamos esta carga y la sustituimos por la unidad positiva de carga (por definición de campo):

Dibujamos primero los vectores campo creados por cada una de las cargas



Como se dicho en la teoría, **los vectores $\overrightarrow{BC}$ y $\overrightarrow{CA}$ son fundamentales para calcular los vectores campo eléctrico** ya que tienen su misma dirección y sentido. Para calcularlos basta recordar cómo se calcula el vector formado por dos puntos. Los puntos siempre los conoceremos, puesto que indican las posiciones de las cargas. Estos vectores nos permitirán calcular los vectores unitarios en la dirección y sentido de los campos, además de las distancias que hay entre las cargas. Por supuesto, el cálculo de los vectores campo también se puede hacer descomponiéndolos en sus componentes utilizando las reglas de la trigonometría. Nosotros pensamos que es más sencillo así, además de que, si se complican las posiciones, el método de la descomposición puede ser engorroso.

Campo $\vec{E}_2$

$$A(0,0.1) \ C(0.1,0) \rightarrow \overrightarrow{CA} = (-0.1,0.1) \rightarrow \begin{cases} \vec{u} = \frac{1}{|\overrightarrow{CA}|} \cdot \overrightarrow{CA} \rightarrow \\ d_{CA} = |\overrightarrow{CA}| \end{cases}$$

Donde el vector $\vec{u}$ es el vector unitario en la dirección del campo y d_{CA} la distancia entre las cargas. Entonces:

$$\begin{cases} \vec{u} = \frac{1}{|\vec{CA}|} \cdot \vec{CA} = \frac{1}{0.1\sqrt{2}} (-0.1, 0.1) \\ d_{CA} = |\vec{CA}| = \sqrt{(-0.1)^2 + (0.1)^2} = 0.1\sqrt{2} \end{cases}$$

El campo será:

$$\begin{aligned} \vec{E}_2 = |\vec{E}_2| \cdot \vec{u} &= k \frac{|q_2|}{d_{CA}^2} \cdot \vec{u} = 9 \cdot 10^9 \frac{1 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{1}{0.1\sqrt{2}} (-0.1, 0.1) = \\ &= \frac{9}{2\sqrt{2}} \cdot 10^5 \cdot (-1, 1) = \vec{E}_2 \end{aligned}$$

Fijarse que **la carga se ha puesto en valor absoluto**, como se advierte en la teoría. **Que sea negativa ya se ha tenido en cuenta a la hora de dibujar el vector.**

El campo $\vec{E}_3$ creemos que es relativamente fácil ver que, por ser la carga q_3 del mismo módulo que q_2 y también su distancia al punto donde queremos calcular el campo igual, será el mismo que el campo $\vec{E}_2$ pero con la componente horizontal positiva. También esto se ve en la figura, creemos. De esta manera nos ahorramos cálculos. Por lo tanto:

$$\frac{9}{2\sqrt{2}} \cdot 10^5 \cdot (1, 1) = \vec{E}_3$$

Y el campo total:

$$\begin{aligned} \vec{E} = \vec{E}_2 + \vec{E}_3 &= \frac{9}{2\sqrt{2}} \cdot 10^5 \cdot (-1, 1) + \frac{9}{2\sqrt{2}} \cdot 10^5 \cdot (1, 1) = \\ &= \frac{9}{2\sqrt{2}} \cdot 10^5 (0, 2) = \frac{9}{\sqrt{2}} 10^5 \vec{j} = \vec{E} \end{aligned}$$

La fuerza que se ejerce a la carga q_1 , o a cualquiera puesta en ese punto, es:

$$\vec{F} = q_1 \cdot \vec{E} = (-1 \cdot 10^{-6}) \frac{9}{\sqrt{2}} 10^5 \vec{j} = -\frac{9}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-1} \vec{j}$$