

Ejercicio 1 (campo eléctrico. Teoría. CE cargas puntuales)

Apartado a:

Realice un esquema justificado de las líneas de campo y las superficies equipotenciales creadas por una carga puntual negativa y explique cómo varían el campo y el potencial eléctrico en función de la distancia a dicha carga.

Apartado b:

Dos partículas idénticas con carga $q = -2 \cdot 10^{-6} \text{C}$ están fijas en los puntos $A(1,0) \text{ m}$ y $B(1,2) \text{ m}$. Determine en el punto $C(2,1)$ el vector campo eléctrico y el potencial eléctrico.

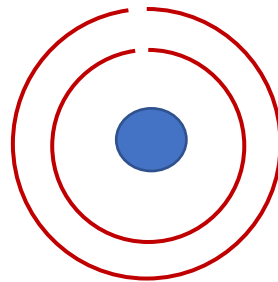
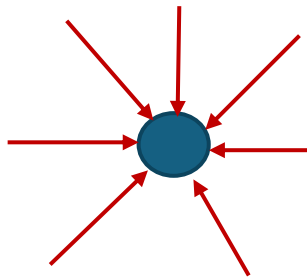
Datos: constante eléctrica $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{C}^{-2}$

Apartado A

Dado que las líneas de campo representan la dirección y sentido del campo eléctrico, fuerza sobre la unidad de carga positiva, como tangentes a ellas en cualquier punto del espacio. En el caso de una carga negativa son las representadas en la figura de la izquierda. Están dirigidas hacia la carga porque esas serían las fuerzas que esa carga ejercería a la unidad de carga positiva, de atracción claramente. Las superficies equipotenciales, puntos con el mismo potencial, son perpendiculares a las líneas de campo y son esferas con centro en la carga. También podemos deducir ello del hecho de que el potencial viene dado por

$$V = k \frac{Q}{r}$$

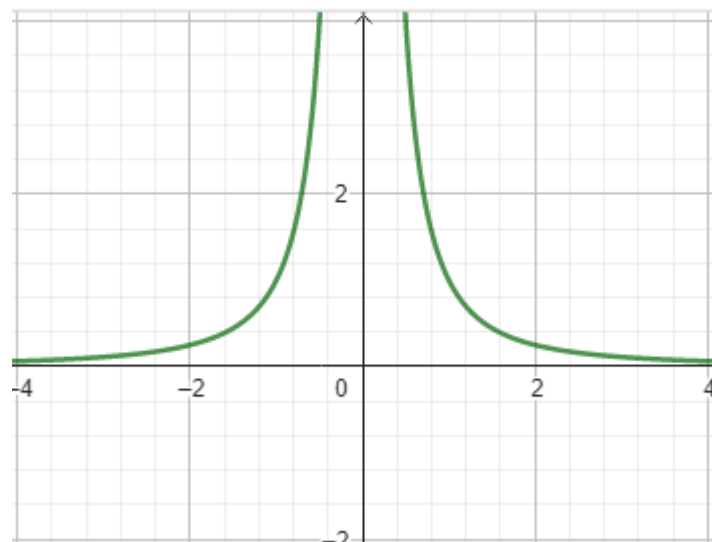
Y, por lo tanto, todos los puntos que estén a la misma distancia de la carga tendrán el mismo potencial. Estas superficies se han representado en la figura de la derecha y son esferas.



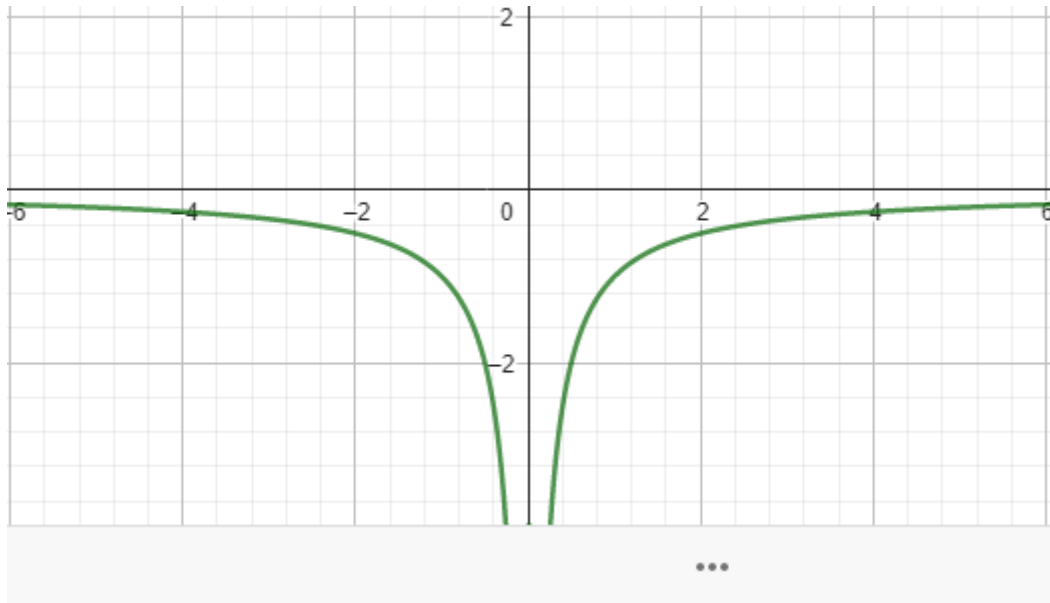
Dado que el módulo del campo viene por

$$E = k \frac{Q}{r^2}$$

Su representación, poniendo en el eje de abscisas la distancia a la carga y en el de ordenadas el módulo del campo será:



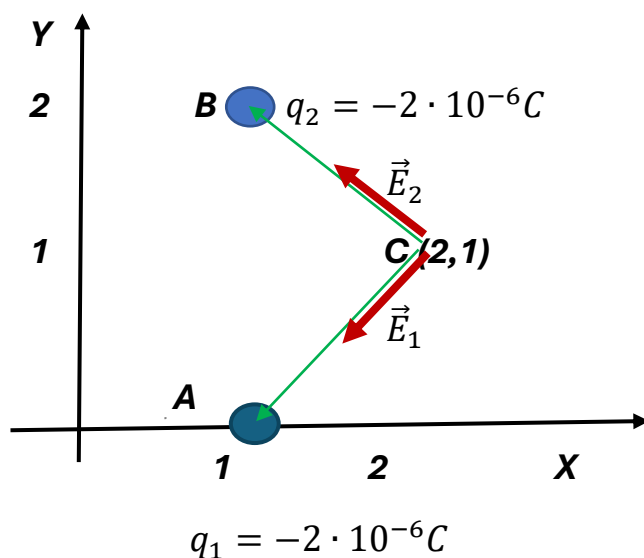
Para dibujar la función potencial dada un poco más arriba y, teniendo en cuenta que la carga es negativa, su representación en función de la distancia es:



Advertir que no tiene sentido aplicar estas expresiones cuando la distancia a la carga es cero. La idealización de carga “puntual” como un punto matemático no tiene sentido a distancias muy, muy pequeñas de la carga. En esa situación hemos de pensar en la carga como una esfera.

Apartado B

Dibujamos la situación y los vectores campo eléctrico producidos por cada una de las cargas.



Cálculo de $\vec{E}_1$:

Como ya se ha dicho en la teoría y en los ejemplos, calcularemos su módulo por la ley de Coulomb. El vector campo será ese módulo por un vector unitario en su dirección y sentido. El vector que indica su dirección y sentido es el vector $\overrightarrow{CA}$ que, además de servirnos para calcular la distancia entre la carga y el punto, distancia necesaria para aplicar la ley de Coulomb, nos servirá también para calcular el vector unitario dicho:

$$\overrightarrow{CA} = (A - C) = (1 - 2, 0 - 1) = (-1, -1) \rightarrow \begin{cases} |\overrightarrow{CA}| = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2} \\ \vec{u} = \frac{1}{|\overrightarrow{CA}|} \overrightarrow{CA} = \frac{1}{\sqrt{2}} (-1, -1) \end{cases}$$

$$|\vec{E}_1| = k \frac{|q_1|}{d_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{2})^2} = 9 \cdot 10^3$$

Conocido el módulo y el vector unitario:

$$\vec{E}_1 = |\vec{E}_1| \cdot \vec{u} = 9 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (-1, -1) \text{ N/C}$$

Para el cálculo del campo $\vec{E}_2$ nos vendría muy bien ver en la figura que resulta ser un vector con la misma componente horizontal pero opuesta componente vertical. Por lo tanto:

$$\vec{E}_2 = 9 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (-1, 1) \text{ N/C}$$

Resultando el campo total:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 9 \cdot 10^3 \frac{1}{\sqrt{2}} [(-1, -1) + (-1, 1)] \rightarrow$$

$$\vec{E} = 9 \cdot 10^3 \frac{1}{\sqrt{2}} (-2, 0) = 9 \cdot 10^3 \frac{2}{\sqrt{2}} (-1, 0) = -9 \cdot 10^3 \sqrt{2} \vec{i} \text{ N/C}$$

Para calcular el potencial aplicamos la ley que nos calcula el potencial creado por una carga y sumamos los de todas. **En esa ley es**

obligatorio poner el signo de las cargas. En el apartado anterior, cuando hemos calculado del módulo del campo, hemos puesto el valor absoluto de la carga ya que no tiene sentido hablar del módulo de un vector negativo. El signo de la carga ya se ha tenido en cuenta al dibujar los vectores y en el cálculo posterior de los vectores campo eléctrico.

El potencial en el punto **C** será:

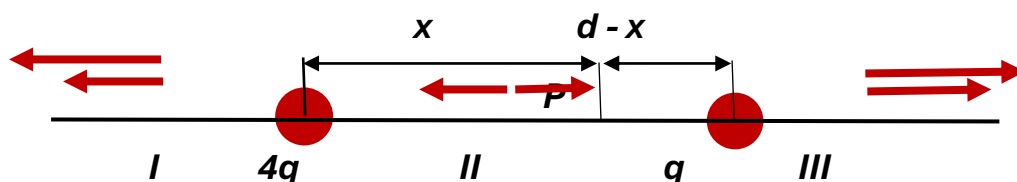
$$V = \sum k \frac{q_i}{d_i} = 9 \cdot 10^9 \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} + 9 \cdot 10^9 \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} \rightarrow$$

$$V = -2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} = -\frac{36}{\sqrt{2}} \cdot 10^3 = -18\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ V}$$

Problema 1 (campo eléctrico. Cargas puntuales)

Dos cargas positivas de valor q y $4q$ se encuentran separadas una distancia d . Explique, con ayuda de un esquema, si puede ser nulo el campo eléctrico en algún punto del segmento que las une. En caso afirmativo determine dicho punto en función de la distancia d .

El campo eléctrico, de ser nulo, sólo puede serlo en la recta que las une. En cualquier otro punto, los vectores campo eléctrico creado por cada una de ellas serán dos vectores no paralelos y, por lo tanto, su suma nunca será nula. Estudiamos entonces las tres zonas en las que las cargas dividen a la recta que las une:



Como vemos en la figura, en la zona **I** y en la zona **III** los campos van en la misma dirección y sentido y, por lo tanto, nunca se podrán anular.

Solo en la zona **II** el campo creado por la carga $4q$ va hacia la derecha y el campo creado por la carga q va hacia la izquierda. Es en esa zona donde el campo puede ser cero. Definimos el punto **P** en el cual ocurre eso por medio de la distancia x .

Para que el campo sea cero en **P** aplicamos la condición de que los módulos de los vectores campo creados por cada una de las cargas tengan el mismo módulo:

$$k \frac{4q}{x^2} = k \frac{q}{(d-x)^2} \rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2} \rightarrow \frac{(d-x)^2}{x^2} = 4 \rightarrow$$

$$\frac{d-x}{x} = \pm 2 \rightarrow \frac{d-x}{x} = 2 \rightarrow x = \frac{d}{3}$$

$$\frac{d-x}{x} = -2 \rightarrow x = -d$$

El valor pedido es el remarcado en **“negrita”**. El valor de x negativo no tiene sentido. Fijarse que, para no tener que resolver una ecuación de segundo, en la última expresión de la primera línea hemos sacado en ambos miembros la raíz cuadrada.

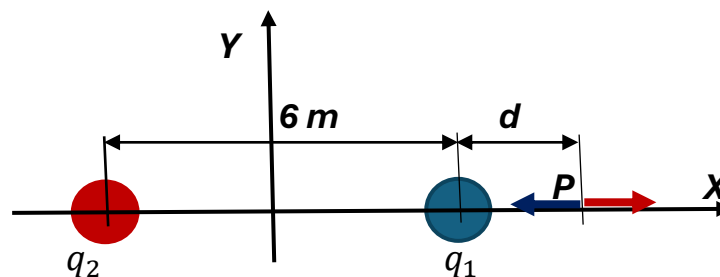
Problema 2

Dos partículas con cargas $q_1 = -2 \mu\text{C}$ y $q_2 = 8 \mu\text{C}$ están alineadas en los puntos A (3,0) y B (-3,0) respectivamente. Calcule:

- El punto cerca de las dos cargas donde se anula el campo eléctrico.**
- El potencial eléctrico en el punto (0,0)**

Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$

a)



Hemos de ver que el campo solamente se puede anular a la derecha de la carga q_1 que es una zona en donde los dos vectores van

en sentido contrario. En esa zona, la q_1 , aunque es más pequeña que q_2 , está mucho más cerca y es posible que los campos tengan el mismo módulo. En medio de las dos el campo nunca será cero porque los dos vectores van en el mismo sentido. A la izquierda de las dos cargas tampoco se puede anular el campo porque, aunque los dos vectores vayan en sentido contrario, la carga q_2 es mucho más grande y su distancia a esos puntos será más pequeña y, por lo tanto, los módulos de los vectores campo nunca podrán ser iguales. Definimos el punto donde se anula el campo por **P** y cuya distancia a la carga q_1 es **d** .

Como en el problema anterior, el campo será nulo si los dos vectores tienen el mismo módulo:

$$k \frac{|q_1|}{d^2} = k \frac{q_2}{(6+d)^2} \rightarrow \frac{2}{d^2} = \frac{8}{(6+d)^2} \rightarrow \frac{(6+d)^2}{d^2} = 4 \rightarrow$$

$$\frac{6+d}{d} = \pm 2 \rightarrow \frac{6+d}{d} = 2 \rightarrow \mathbf{d = 6}$$

$$\frac{6+d}{d} = -2 \rightarrow d = -2$$

Donde se ha repetido el desarrollo del problema anterior. El resultado es el marcado en “**negrita**”.

b)

Para calcular el potencial en el origen, aplicamos la definición de potencial creado por una carga y sumamos algebraicamente los producidos por las dos:

$$V(0) = \sum k \frac{q_i}{d_i} = 9 \cdot 10^9 \frac{8 \cdot 10^{-6}}{3} + 9 \cdot 10^9 \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{3} \rightarrow$$

$$\mathbf{V(0) = 18 \cdot 10^3 V}$$