

## CÁLCULO DE CAMPOS Y POTENCIALES

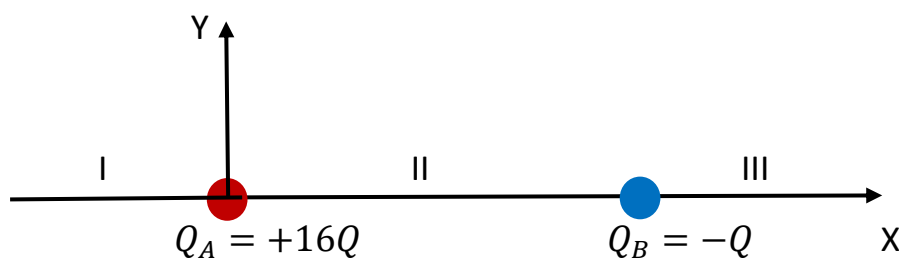
*En esta sección vamos a resolver un tipo de problemas en donde lo fundamental va a ser dominar el concepto de campo y potencial eléctrico.*

### Ejemplo 1

*Dos cargas eléctricas puntuales y fijas, de signos opuestos y sobre el eje X distan 4 m. La carga de la izquierda A, positiva y que situamos en el origen, es 16 veces mayor en módulo que la carga B de la derecha. Razónese en qué punto o puntos del eje X hay que colocar una tercera carga C, del mismo valor que la carga B, para que se encuentre en equilibrio.*

Cualquier carga, sea del valor y signo que sea, se encontrará en equilibrio en los puntos donde **el campo eléctrico creado** por las cargas A y B **sea cero**, ya que el valor de la fuerza eléctrica sobre una carga dentro de un campo eléctrico viene dado por  $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$ . Por lo tanto, el valor y signo de la carga C no es necesario tenerlo en cuenta (aunque si así se hace, el resultado ha de ser el mismo).

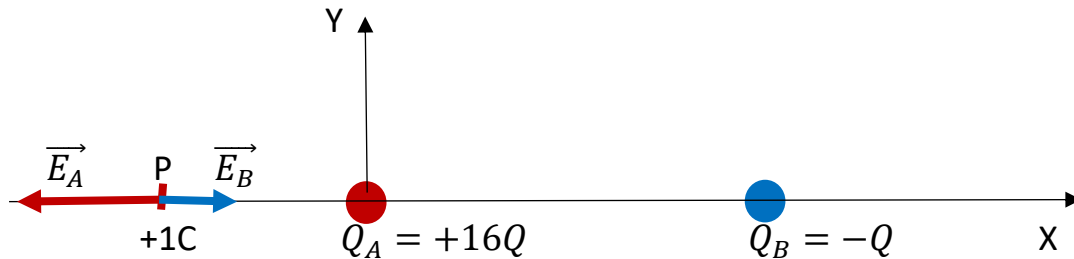
Como siempre, un dibujo nos aclara la situación:



Observamos que hay tres zonas posibles del eje X definidas por la posición de las cargas. Estudiamos cada zona por separado para ver en cuál o cuáles de ellas el campo puede ser cero.

## Zona I

Cogemos un punto cualquiera, P, de esa zona y estudiamos cuál sería el campo eléctrico



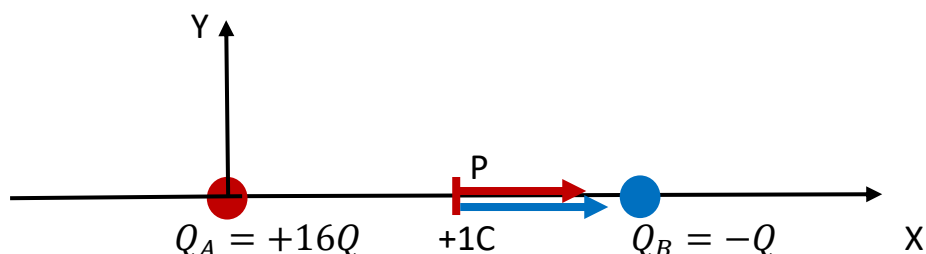
En esta zona observamos que, efectivamente, los dos vectores campos creados por cada una de las cargas van en sentidos opuestos y se pueden anular. Sin embargo, la carga positiva, que es dieciséis veces superior en módulo a la carga negativa, está mucho más cerca que la carga negativa. Por lo tanto, aunque los sentidos son contrarios, el módulo del campo  $\vec{E}_A$  será siempre mayor que el módulo de  $\vec{E}_B$ , ya que el módulo del campo eléctrico creado por una carga  $Q$  a una distancia  $r$  de ella viene dado por

$$E = k \frac{Q}{r^2}$$

Y, según se observa en esta fórmula, es mayor a mayor carga y menor distancia.

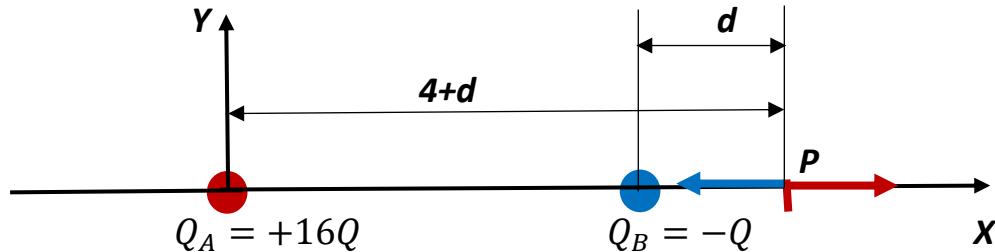
Concluimos que el campo nunca será nulo en esa zona y, por lo tanto, ninguna carga estará en equilibrio en esa zona.

## Zona II



En esta zona, como observamos, el sentido de los dos campos es el mismo y, por ello, tampoco en ningún punto de esta zona podrá ser el campo cero. Veamos por fin, la zona III. De haber solución, ha de ser en esa zona.

### Zona III



En esta zona los sentidos de los campos son contrarios, por lo tanto, el campo en alguno de sus puntos puede ser cero por esa razón. Pero ¿pueden tener los campos el mismo módulo? En la zona I ya vimos que no. Pero aquí la carga más pequeña está mucho más cerca del punto P y el hecho de que sea más pequeña queda contrarrestado con el hecho de que está más cerca. Entonces, **en esta zona sí puede ser el campo cero con tal de que los módulos de ambos sean iguales**. ¿Pero dónde? ¿En qué posición? Como es habitual, cuando una cosa es desconocida le ponemos nombre. En nuestro caso esa posición desconocida la hemos definido por medio de la variable  $d$ , distancia del punto P a la carga B. Y para calcularla, nos basta con aplicar la condición de que el módulo de los dos campos es el mismo:

$$E_A = k \frac{16Q}{(4+d)^2} = E_B = k \frac{Q}{d^2} \rightarrow$$

$$k \frac{16Q}{(4+d)^2} = k \frac{Q}{d^2} \rightarrow \frac{16}{(4+d)^2} = \frac{1}{d^2} \rightarrow \sqrt{\frac{16}{(4+d)^2}} = \pm \sqrt{\frac{1}{d^2}} \rightarrow$$

La ecuación marcada en negrita la podíamos haber resuelto de una manera “tradicional”, elevando al cuadrado el binomio  $(4+d)^2$  y después llegar a una ecuación de segundo grado y resolver. Pero, al estar la incógnita en todos los miembros al cuadrado, la manera en la que hemos resuelto es más rápida. Pero eso..., esta es una manera más rápida, sin embargo, sino no nos damos cuenta no pasa nada, llegamos al mismo resultado.

$$\frac{4}{4+d} = \pm \frac{1}{d} \rightarrow \begin{cases} \frac{4}{4+d} = \frac{1}{d} \rightarrow 4d = 4 + d \rightarrow d = \frac{4}{3} \\ \frac{4}{4+d} = -\frac{1}{d} \rightarrow -4d = 4 + d \rightarrow d = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

Y dado que la distancia ***d*** ha de ser positiva, concluimos que la solución es

**En la zona III y a una distancia**

$$d = \frac{4}{3} m$$

**De la carga B.**

### Ejemplo 2

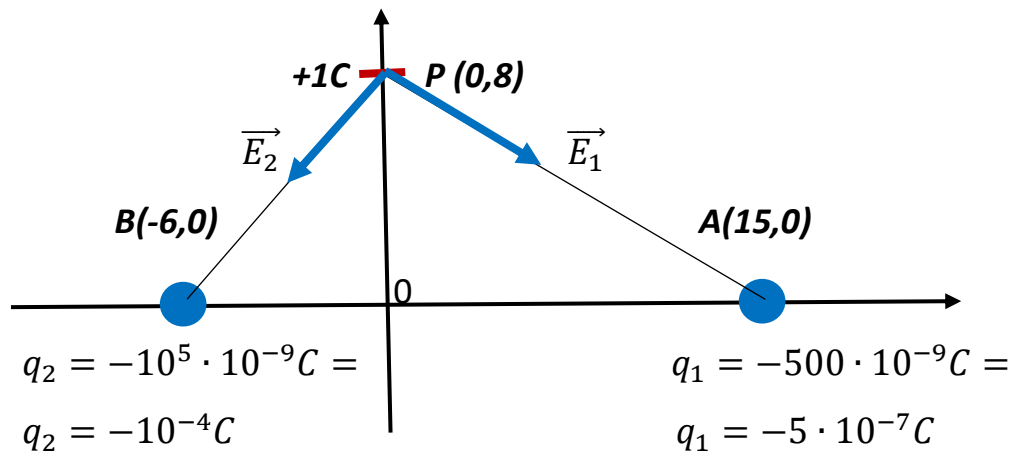
**Dos cargas  $q_1 = -500 \text{ nC}$  en  $A(15, 0)$**

**y  $q_2 = -10000 \text{ nC}$  en  $B(-6, 0)$ . Se pide:**

- Calcular el campo en el punto  $P(0, 8)$  creado por estas dos cargas**
- El eje  $X$  está dividido en tres zonas, a la izquierda de  $q_2$ , el tramo central, y a la derecha de  $q_1$ . Razónese en qué tramo o tramos del eje  $X$  el potencial es cero. No es necesario calcular su posición.**

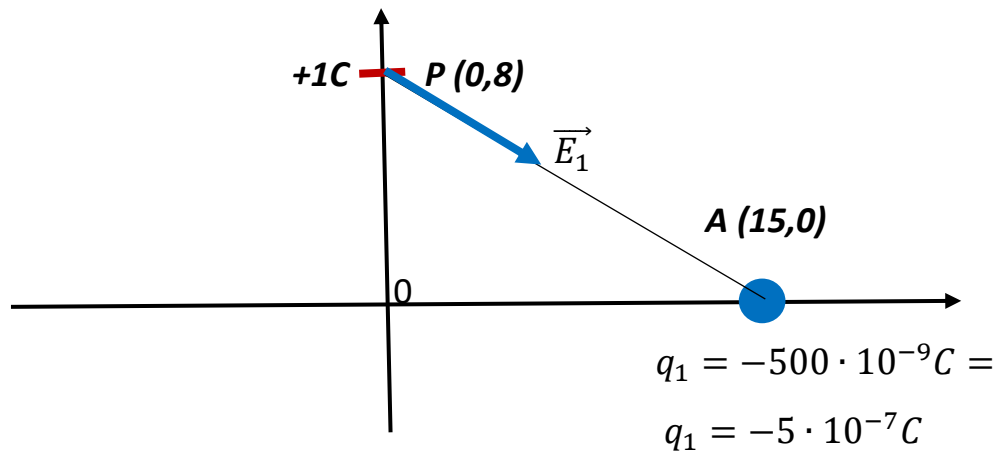
#### a) Cálculo el campo en el punto P

Para ello, como siempre, hacemos un esquema y dibujamos los campos que cada una de las cargas producen en el punto P (la fuerza que cada una de las cargas ejercerían sobre  $+1C$ ). Como las dos son negativas, el campo sobre  $+1 C$  creado por cada una de ellas sería de atracción hacia ellas.

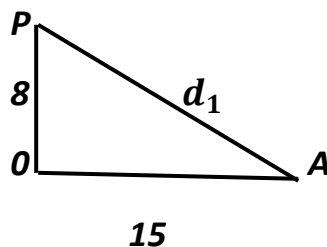


El segundo paso es calcular los módulos de ambos campos aplicando la ley de Coulomb, y, con los módulos conocidos, calcular los vectores.

**Campo  $\vec{E}_1$**



Nos hace falta conocer la distancia entre la carga  $q_1$  y el punto P. Para ellos nos fijamos en el triángulo rectángulo OAP



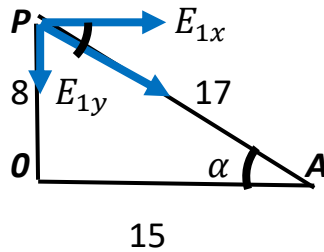
$$d = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$$

Siendo entonces el módulo de  $\vec{E}_1$

$$E_1 = k \frac{q_1}{d_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-7}}{17^2} = \frac{45}{289} 10^2 \text{ N/C}$$

Ya lo hemos dicho varias veces, en el archivo primero de definición de campo eléctrico, pero no nos importa ser cansos: **como estamos hallando el módulo del vector campo, NO ponemos el signo menos de la carga.**

Conocido su módulo, calculamos las componentes vectoriales.



Para ello, tenemos que conocer el seno y el coseno del ángulo  $\alpha$  para poder calcular las componentes horizontal y vertical. Aplicando las leyes de los triángulos rectángulos al triángulo **OAP**, tenemos

$$\text{sen}\alpha = \frac{8}{17} \quad \text{cos}\alpha = \frac{15}{17}$$

Y ya podemos calcular las componentes:

$$E_{1x} = E_1 \cdot \text{cos}\alpha = \frac{45}{289} 10^2 \frac{15}{17} = \frac{675}{4913} 10^2$$

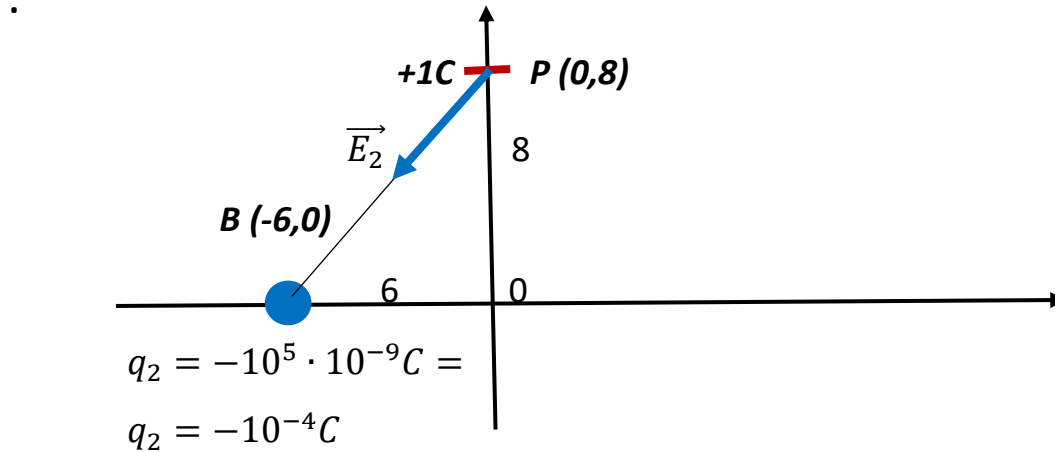
$$E_{1y} = -E_1 \cdot \text{sen}\alpha = -\frac{45}{289} 10^2 \frac{8}{17} = -\frac{360}{4913} 10^2$$

Quedando el vector  $\vec{E}_1$

$$\vec{E}_1 = \frac{675}{4913} 10^2 \cdot \vec{i} - \frac{360}{4913} 10^2 \vec{j}$$

Donde a la componente vertical le hemos puesto el signo negativo porque va hacia abajo. Hay que tener cuidado con esto, es muy fácil hacerlo bien pero igual de fácil es despistarse y olvidar los signos de las componentes.

Calculamos ahora, por el mismo método evidentemente, el campo  $\vec{E}_2$



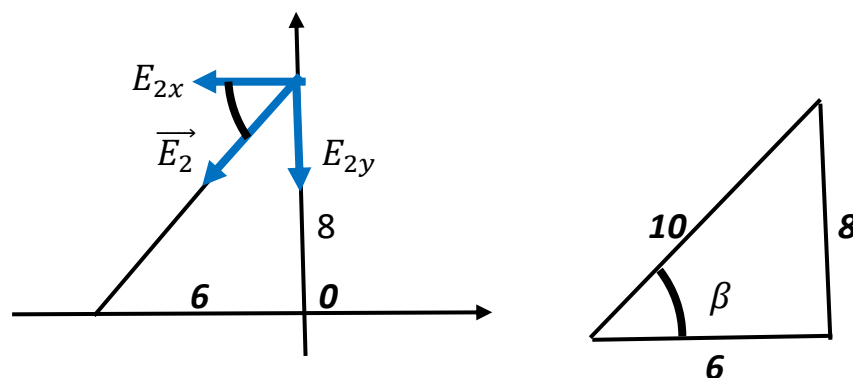
La distancia de la carga  $q_2$  al punto P es  $\overline{BP}$  que, resolviendo el triángulo rectángulo OBP, resulta

$$|\overline{BP}|^2 = d_2^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \rightarrow d_2 = 10$$

Siendo el módulo del campo  $\vec{E}_2$

$$E_2 = k \frac{q_2}{d_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-4}}{100} = 9 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Conocido el módulo, calculamos sus componentes.



Para ello, como antes, necesitamos saber el seno y el coseno de alguno de los ángulos del triángulo rectángulo. Nosotros hemos elegido el ángulo  $\beta$  pero, evidentemente, se podía haber cogido el otro ángulo obtuso del triángulo. Aplicando las leyes de los triángulos rectángulos



$$\operatorname{sen}\beta = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \quad \cos\beta = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

De donde

$$E_{2x} = -E_2 \cdot \cos\beta = -9 \cdot 10^3 \frac{3}{5} \quad E_{2y} = -E_2 \cdot \operatorname{sen}\beta = -9 \cdot 10^3 \frac{4}{5}$$

Y el vector  $\vec{E}_2$

$$\vec{E}_2 = \frac{27}{5} 10^3 (-\vec{i}) + \frac{36}{5} 10^3 (-\vec{j})$$

$$\vec{E}_2 = -\frac{27}{5} 10^3 \vec{i} - \frac{36}{5} 10^3 \vec{j}$$

El campo total será la suma de ambos campos:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{135}{4913} 10^2 \cdot \vec{i} - \frac{72}{4913} 10^2 \vec{j} + \left(-\frac{27}{5} 10^3 \vec{i} - \frac{36}{5} 10^3 \vec{j}\right)$$

$$\vec{E} = \left(\frac{675}{4913} 10^2 - \frac{27}{5} 10^3\right) \vec{i} + \left(-\frac{360}{4913} 10^2 - \frac{36}{5} 10^3\right) \vec{j}$$

**Pregunta b) El eje X está dividido en tres zonas, a la izquierda de  $q_2$ , el tramo central, y a la derecha de  $q_1$ . Razónese en qué tramo o tramos del eje X el potencial es cero. No es necesario calcular su posición.**

El potencial, como debemos saber, es un número. El creado por una carga puntual  $q$  a una distancia  $d$  de ella se calcula por la fórmula

$$V = k \frac{q}{d}$$

Teniendo la carga su signo.

Como en nuestro caso las dos cargas son negativas, el potencial que crea cada una de ellas en cualquier punto es negativo y el potencial total, que es la suma de los potenciales, será siempre negativo, en el eje  $X$  y en cualquier punto del plano. Por lo tanto, no hay ningún punto del eje  $X$  ni del plano en el cuál el potencial sea cero.