

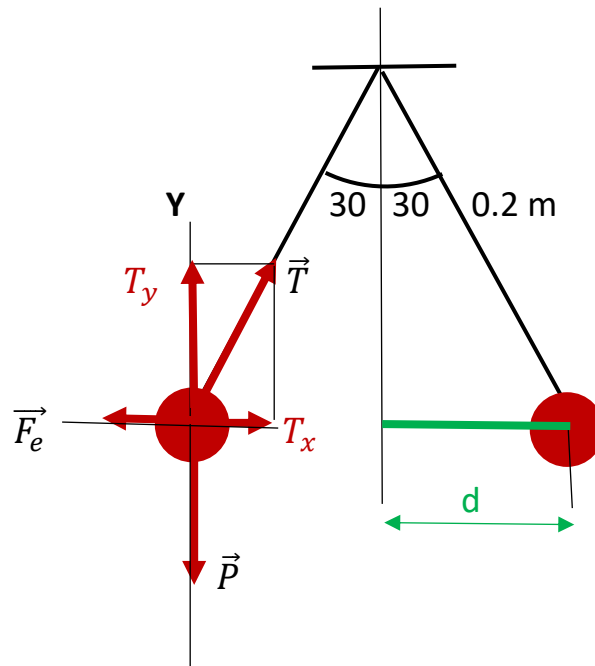
CARGAS EN EQUILIBRIO

Ejemplo 1

Dos esferitas de la misma masa, 10 g, y la misma carga positiva, q , están suspendidas de un punto común por medio de sendas cuerdas de 20 cm de longitud, tal como indica la figura. Por efecto de su repulsión mutua, las cuerdas forman 30 grados con la vertical. Determinar

- a) La tensión en las cuerdas*
- b) El valor de la carga q*

Resolución:

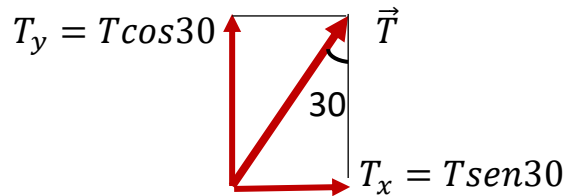


Se trata de un problema de estática, las cargas están en equilibrio mecánico por efecto de las tres fuerzas que actúan sobre ellas y que hemos dibujado, la tensión, el peso y la fuerza eléctrica. Creemos que es claro que es suficiente estudiar a una de ellas, ya que son exactamente iguales en masa y en carga.

Por tratarse, como decimos, de un problema de estática, debemos de recordar que la ley que **vamos a aplicar es que el sumatorio de todas las fuerzas que actúan ha de ser cero**. Para aplicar esta condición vectorial descomponemos las tres fuerzas en un sistema de ejes para después decir que la resultante sobre cada eje es cero. En principio, las

direcciones de los ejes pueden ser cualesquiera. Sin embargo, los ejes elegidos pensamos que son, además de los más intuitivos, los que hacen el problema más sencillo pues sólo debemos de descomponer la tensión.

Descomponemos la tensión:



Una vez descompuestas todas las fuerzas aplicamos la condición, como hemos dicho, de que la resultante sobre cada eje ha de ser cero, o lo que es lo mismo, que el módulo de las que van hacia la izquierda es igual al módulo de las que van hacia la derecha sobre el eje **X**. Lo mismo sobre el eje **Y**:

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow F_e = T_x \\ \sum F_y = 0 \rightarrow T_y = mg \end{cases} \quad (1)$$

La fuerza eléctrica, F_e , hay que calcularla. Para ello tenemos que aplicar la ley de Coulomb, por lo tanto, nos hace falta conocer la distancia entre las cargas. Si miramos en la figura, podemos calcular fácilmente la distancia que hemos llamado d y hemos escrito en verde. Aplicando las leyes básicas de los triángulos rectángulos tenemos:

$$d = 0.2 \cdot \sin 30 = 0.1$$

Como la distancia entre las cargas es el doble, tenemos:

$$F_e = k \frac{q \cdot q}{0.2^2} = k \frac{q^2}{4 \cdot 10^{-2}}$$

Y sustituyendo en las dos ecuaciones (1)

$$\begin{cases} F_e = T_x \rightarrow k \frac{q^2}{4 \cdot 10^{-2}} = T \sin 30 \rightarrow k \frac{q^2}{4 \cdot 10^{-2}} = \frac{T}{2} & (1)_a \\ T_y = mg \rightarrow T \cos 30 = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8 \rightarrow \frac{T\sqrt{3}}{2} = 10^{-2} \cdot 9.8 & (1)_b \end{cases} \rightarrow$$

De la ecuación $(1)_b$ despejamos la tensión:

$$T = \frac{2 \cdot 9.8 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{3}} \approx 0.113 \text{ N}$$

Y llevando este resultado a la ecuación (1)_a

$$q^2 = \frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot T}{2k} = \frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot 0.113}{18 \cdot 10^9} \approx 2.515 \cdot 10^{-13} \rightarrow$$

$$q = \sqrt{2.515 \cdot 10^{-13}} = 5.015 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

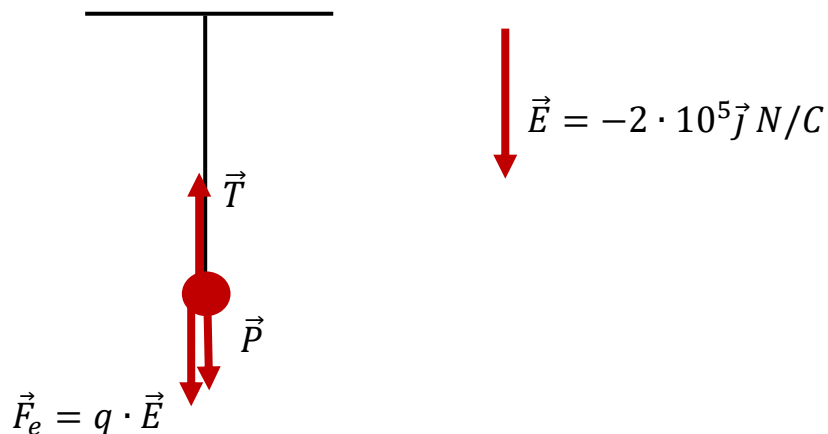
Ejemplo 2

Una bolita con carga de 5 microculombios de módulo está en equilibrio en posición vertical colgada de un hilo sujeto en su parte superior. Está inmersa en un campo eléctrico vertical hacia abajo de valor $2 \cdot 10^5 \text{ N/C}$. Su masa es 0.1 g. Calcular la tensión en el hilo en los casos siguientes:

- a) La carga es positiva**
- b) La carga es negativa**
- c) Si pierde la carga**

Como siempre, es conveniente hacer un dibujo y familiarizarnos con la situación y las fuerzas, en este caso, que aparecen sobre la carga.

- a) Empezamos con el caso en que la carga es positiva**



La fuerza eléctrica sobre una carga cuando conocemos el vector campo, como se ha dicho en el documento de teoría y se marca en la figura, es:

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} = |q = +5\mu C = +5 \cdot 10^{-6}| = +5 \cdot 10^{-6} \cdot (-2 \cdot 10^5 \vec{j})$$

$$\vec{F}_e = -1\vec{j} \text{ N}$$

Como vemos en la ley vectorial, **las fuerzas sobre las cargas positivas tienen el mismo sentido que el campo (como se deduce, claro, de la expresión $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$). Sobre las cargas negativas, la fuerza eléctrica es de sentido contrario al campo como se deduce de la misma ley.**

Si la carga está en equilibrio como se dice en el enunciado, la resultante de todas las fuerzas ha de ser cero. Por lo tanto, la suma de los módulos de las que van hacia arriba es igual a la suma de los módulos de las que van hacia abajo:

$$T = P + F_e \rightarrow T = 0.1 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8 + 1 \approx \mathbf{1.001 \text{ N}}$$

Otra manera, equivalente por supuesto, es decir que la suma vectorial es cero (La forma anterior nos parece muy sencilla e intuitiva cuando las fuerzas están todas sobre la misma dirección, como es el caso). Entonces:

$$\vec{T} + \vec{P} + \vec{F}_e = 0 \rightarrow \vec{T} + 0.1 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8 \cdot (-\vec{j}) + (-1 \cdot \vec{j}) \rightarrow$$

$$\vec{T} = (0.1 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8 + 1)\vec{j} = \mathbf{1.001\vec{j}}$$

Si las cosas se complican o queremos ir con más seguridad, el método vectorial nos ayudará más.

b) La carga es negativa

Vamos a utilizar la notación vectorial:

$$\vec{P} = -10^{-4} \cdot 9.8\vec{j}$$

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} = -5 \cdot 10^{-6} \cdot (-2 \cdot 10^5 \vec{j}) = 1 \cdot \vec{j}$$

Y aplicando la ecuación

$$\vec{T} + \vec{P} + \vec{F}_e = 0$$

Despejamos la tensión:

$$\vec{T} = -\vec{P} - \vec{F}_e = 10^{-4} \cdot 9.8\vec{j} - 1\vec{j} \approx -0.999\vec{j}$$

!!!Pero cuidado!!! La tensión de una cuerda SIEMPRE VA HACIA SU CENTRO (en este caso hacia arriba), NO PUEDE IR EN SENTIDO CONTRARIO. UNA CUERDA NO PUEDE TRABAJAR A COMPRESIÓN.

Esto significa que la fuerza eléctrica, al superar por mucho al peso, va a producir un movimiento de la carga hacia arriba. La cuerda no va estar tensa y no va ejercer ninguna fuerza sobre la carga. Si tenemos que contestar a la pregunta de cuánto vale la tensión como nos han preguntado, la respuesta es que la tensión vale CERO, pues la cuerda no está tensa, como hemos dicho.

c) Si le quitamos la carga a la bolita

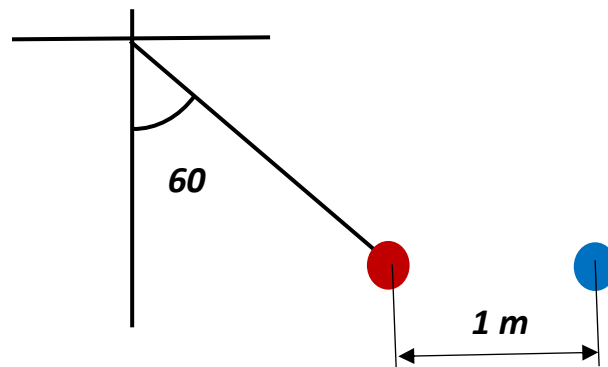
la fuerza eléctrica sobre este cuerpo valdrá cero. Por lo tanto, si la masa está en equilibrio, la tensión contrarrestará al peso y tendrá su mismo módulo

$$T = 9.8 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

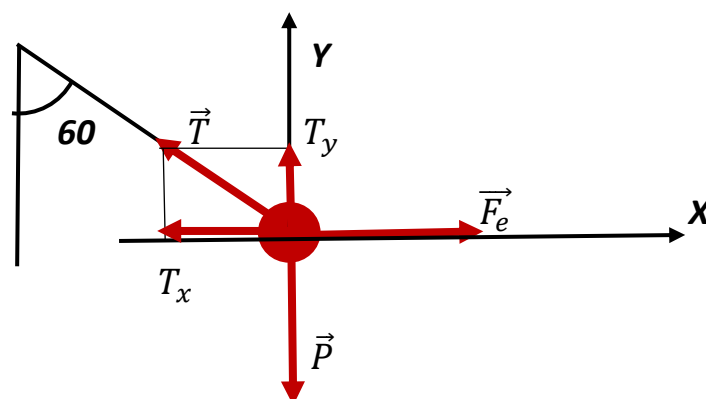
Y sentido hacia arriba, claro.

Ejemplo 3

Dos cargas de la misma masa, 10 g, y la misma carga, q , pero de signos opuestos, están en equilibrio como se muestra en la figura. La carga “azul”, negativa, está fija en esa posición. Con los datos que aparecen en dicha figura, calcular la tensión en el hilo y el valor de q .



Creemos bastante claro que la resolución del problema va a provenir del estudio del equilibrio de la carga “azul” (positiva según el convenio que utilizamos en todos nuestros apuntes). Esta carga está sometida a su peso, a la tensión de la cuerda y a la fuerza eléctrica que le ejerce la carga negativa “roja”. Dibujamos entonces el diagrama de fuerzas para, como en casos anteriores, aplicar la condición de que la resultante de las fuerzas es cero:



Descomponiendo sobre los ejes indicados, para después aplicar que las fuerzas sobre cada uno de ellos es cero, tenemos:

$$T_x = T \sin 60 = T \frac{\sqrt{3}}{2} \quad T_y = T \cos 60 = T \frac{1}{2}$$

Entonces:

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow T_x = F_e \rightarrow T \frac{\sqrt{3}}{2} = k \frac{q \cdot q}{1^2} & (1) \\ \sum F_y = 0 \rightarrow T_y = P \rightarrow T \frac{1}{2} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot g & (2) \end{cases}$$

Sólo nos queda resolver las ecuaciones (1) y (2)

$$(2) \quad T = 2 \cdot 10^{-2} \cdot g \, N \rightarrow (1) \rightarrow 2 \cdot 10^{-2} \cdot g \frac{\sqrt{3}}{2} = 9 \cdot 10^9 \frac{q^2}{1} \rightarrow$$

$$q^2 = \frac{10^{-2} \sqrt{3} \cdot g}{9 \cdot 10^9} \approx 1.886 \cdot 10^{-11} \rightarrow q = 4.343 \cdot 10^{-6} \, C$$