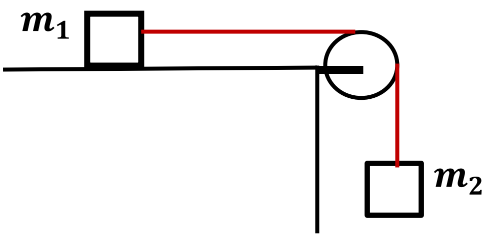
Problema 1

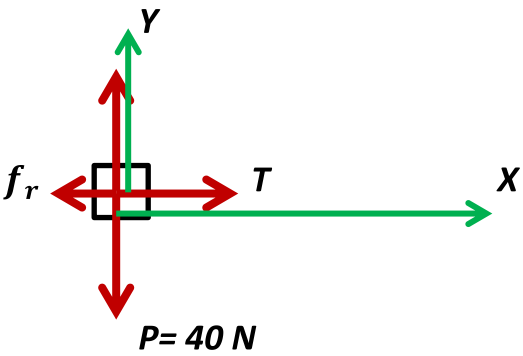
Una masa de $m_1 = 4Kg$ descansa sobre una mesa horizontal con la que tiene un coeficiente de rozamiento dinámico de 0,2 y está atada por medio de una cuerda a otra masa $m_2 = 8Kg$ que cuelga vertical como indica la figura. Calcular la tensión en la cuerda y la aceleración con la que bajan los cuerpos.



Cuando haya varios cuerpos **estudiamos por separado cada uno de ellos.**

Elegimos primero, por ejemplo, m_1

1º Diagrama de fuerzas:



2º Descomposición sobre eje X e Y

Como vemos en la figura, todas las fuerzas van sobre estos ejes

3º Aplicamos la ley a los dos ejes:

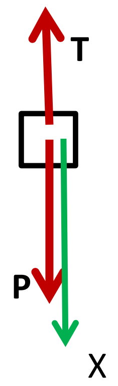
$$\sum \boldsymbol{F_y = 0 \rightarrow N = P} \rightarrow N = 40 \rightarrow \boldsymbol{f_r = \mu N} \rightarrow f_r = 0{,}2 \cdot 40 = 8$$

$$\sum \boldsymbol{F_x = ma \rightarrow T - f_r = ma \rightarrow T - 8 = 4a} \quad (1)$$

Esta ecuación posee dos incógnitas. Hasta que no estudiemos el otro cuerpo no podremos resolver el problema.

Cuerpo de masa $\boldsymbol{m_2 = 8}$

1º Diagrama de fuerzas:



2º Descomposición eje X de la trayectoria

Aunque sea vertical así hemos quedado que llamamos siempre al eje sobre el cual se mueve el cuerpo (en este caso no hay ninguna fuerza sobre el eje Y perpendicular y no hace falta estudiarlo por ello)

Como vemos en la figura todas las fuerzas van sobre el eje X

3º Aplicación de las leyes a los ejes:

$$\sum \boldsymbol{F_x = ma \rightarrow P - T = ma \rightarrow 80 - T = 8a} \ (2)$$

Tomando las dos leyes ***(1) y (2)*** sobre el eje X de los dos cuerpos tenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} T - 8 = 4a \\ 80 - T = 8a \end{cases}$$

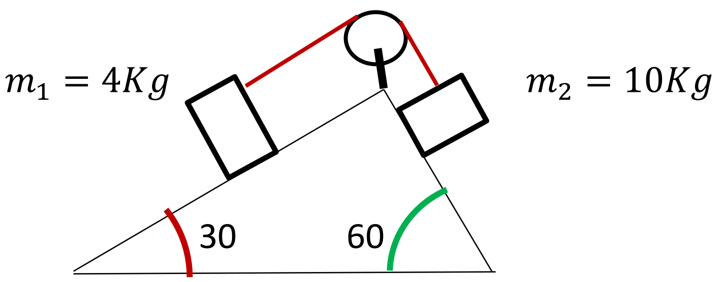
Que sumadas nos resulta:

$$80 - 8 = 12a \rightarrow \boldsymbol{a} = \frac{\mathbf{72}}{\mathbf{12}} = \mathbf{6}\ {}^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s^2}}$$

Sustituyendo este valor de *a* en cualquiera de las dos ecuaciones calculamos la tensión.

Problema 2

Dos masas $m_1 = 4Kg$ y $m_2 = 10Kg$ descansan sobre sendos planos inclinados 30 y 60 grados respectivamente estando unidas por medio de una cuerda tal como indica la figura. Si el coeficiente de rozamiento dinámico es 0,1 calcular la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda.

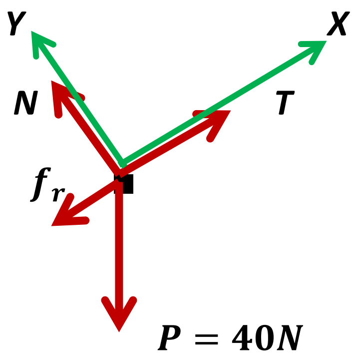


Lo primero que hacemos en este tipo de problemas es decidir en qué sentido se van a mover las masas. En este caso la decisión creemos que es clara ya que la masa de ***10Kg*** es la mayor y además está más inclinada. Por lo tanto, decidimos que la masa de ***10Kg cae*** y la de ***4Kg sube.*** **Sino está tan claro calculamos las componentes P_x de ambos cuerpos y, de moverse, será en el sentido de la masa que tenga mayor P_x.**

Igual que en el problema anterior, estudiamos por separado cada una de las masas.

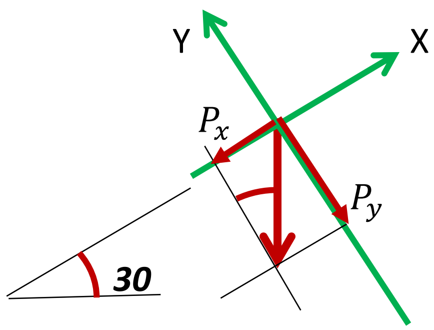
Elegimos $\boldsymbol{m_1 = 4Kg}$

1º Diagrama de fuerzas:



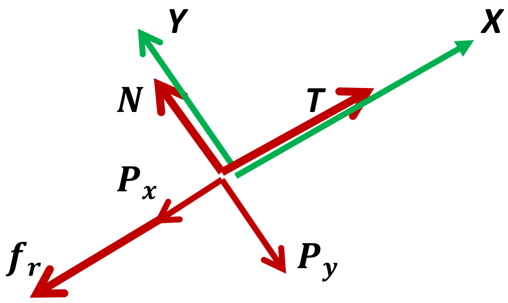
2º Descomposición eje X de la trayectoria e Y perpendicular

La única fuerza que no va sobre los ejes es el peso. Los dos ángulos de ***30 º*** están marcados en rojo.



$$P_x = mgsen\alpha = 40sen30 = 20$$

$$P_y = mgcos\alpha = 40\frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$$



3º Aplicamos la ley a los ejes:

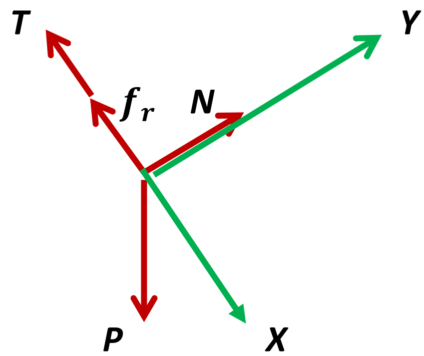
$$\sum \boldsymbol{F_y} = \boldsymbol{0} \rightarrow \boldsymbol{N} = \boldsymbol{P_y} = 20\sqrt{3} \rightarrow \boldsymbol{f_r} = \boldsymbol{\mu N} = 0{,}1 \cdot 20\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sum \boldsymbol{F_x} = \boldsymbol{ma} \rightarrow \boldsymbol{T} - \boldsymbol{P_x} - \boldsymbol{f_r} = \boldsymbol{ma} \rightarrow \boldsymbol{T} - \boldsymbol{20} - \boldsymbol{2\sqrt{3}} = \boldsymbol{4a} \quad (1)$$

Al igual que en el problema anterior hemos llegado a una ecuación con dos incógnitas. El problema quedará resuelto cuando estudiemos la otra masa, obteniendo otra ecuación con las mismas incógnitas ya que las aceleraciones de los dos cuerpos son iguales en módulo y la tensión producida por la **misma cuerda es igual para los dos extremos a los que está agarrada mientras la polea sea despreciable** (En este nivel, la polea será despreciable si no se dice lo contrario)

Estudiamos la masa $m_2 10\ Kg$

1º Diagrama de fuerzas:

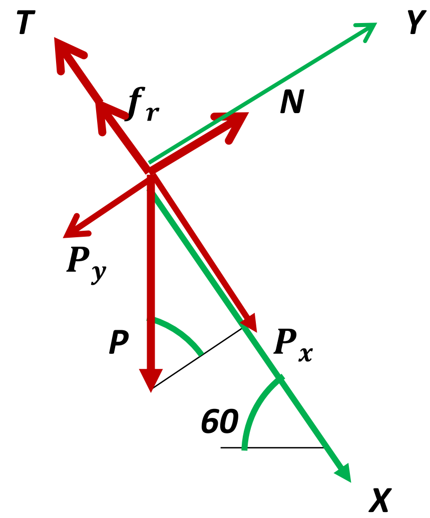


2º Descomposición sobre X e Y:

Como se ve en la figura, y al igual que en el caso anterior, la única fuerza que no va sobre los ejes y que tenemos que descomponer es el peso

$$P_x = mgsen\alpha = 100sen60 = 50\sqrt{3}$$

$$P_y = mgcos\alpha = 100cos60 = 50$$



3º Aplicamos las leyes a cada uno de los ejes:

$$\sum \boldsymbol{F_y = 0 \rightarrow N = P_y} \rightarrow N = 50 \rightarrow f_r = 0{,}1 \cdot 50 = 5$$

$$\sum \boldsymbol{F_x = ma \rightarrow P_x - T - f_r = ma} \rightarrow$$

$$\rightarrow 50\sqrt{3} - T - 5 = 10a \quad (2)$$

Las dos ecuaciones ***(1) y (2)*** forman un sistema de ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} T - 20 - 2\sqrt{3} = 4a \\ 50\sqrt{3} - T - 5 = 10a \end{cases}$$

Que sumadas nos dan el valor de la aceleración

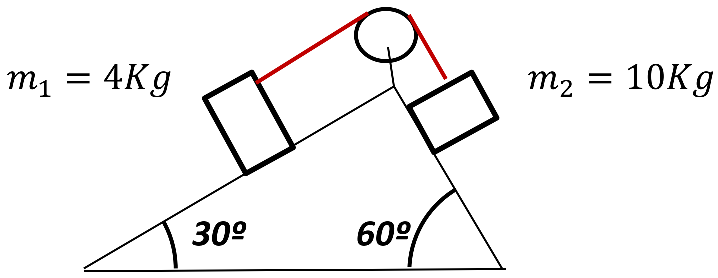
$$50\sqrt{3} - 20 - 2\sqrt{3} - 5 = 14a \rightarrow a = \frac{48\sqrt{3} - 25}{14} \rightarrow \boldsymbol{a \cong 4,15\,{}^{m}/_{s^2}}$$

La tensión la podemos calcular llevando este valor de la aceleración a cualquiera de las dos ecuaciones:

$$T = 4a + 20 + 2\sqrt{3} \rightarrow \boldsymbol{T \cong 40,10N}$$

Problema 3

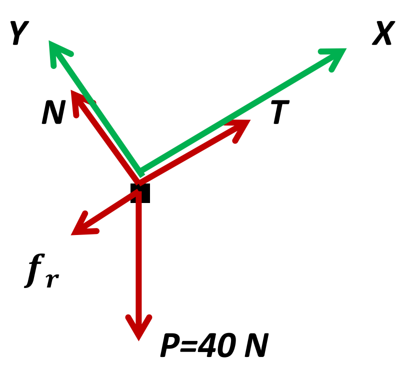
Hacer el problema anterior, pero con un coeficiente de rozamiento dinámico $\mu_d = 2$



Igual que en el problema anterior, y moviéndose las masas en el mismo sentido, estudiamos por separado cada una de las masas. No repetimos las figuras porque son exactamente igual que en el problema anterior, sólo cambia el valor de la fuerza de rozamiento.

Estudiamos primero, por ejemplo, la masa de 4 Kg

1º Diagrama de fuerzas:



2º Descomposición eje X de la trayectoria e Y perpendicular

La única fuerza que no va sobre los ejes es el peso. Como se ha hecho en otros problemas, pensamos que la descomposición del peso sobre los ejes ya es algo sabido:

$$P_x = mgsen\alpha = 40sen30 = 20$$

$$P_y = mgcos\alpha = 40\frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$$

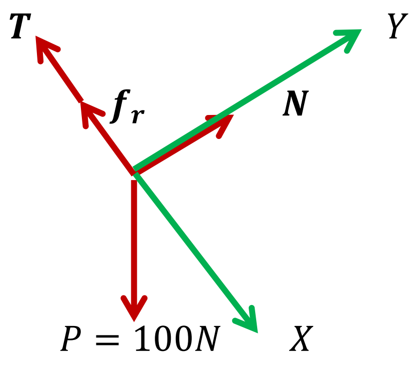
3º Aplicamos las leyes:

$$\sum F_y = 0 \to N = P_y = 20\sqrt{3} \to f_r = \mu N = 2 \cdot 20\sqrt{3} = 40\sqrt{3}$$

$$\sum F_x = ma \to T - P_x - f_r = ma \to \boldsymbol{T - 20 - 40\sqrt{3} = 4a} \ \ (1)$$

Ahora estudiamos la masa de 10Kg:

1º Diagrama de fuerzas:



2º Descomposición sobre X e Y:

Como se ve en la figura, y al igual que en el caso anterior, la única fuerza que no va sobre los ejes y que tenemos que descomponer es el peso

$$P_x = mgsen\alpha = 100sen60 = 50\sqrt{3}$$

$$P_y = mgcos\alpha = 100cos60 = 50$$

3º Aplicamos las leyes a cada uno de los ejes:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N = P_y \rightarrow N = 50 \rightarrow f_r = 2 \cdot 50 = 100$$

$$\sum F_x = ma \rightarrow P_x - T - f_r = ma \rightarrow \mathbf{50\sqrt{3} - T - 100 = 10a}\ (2)$$

Las dos ecuaciones ***(1) y (2)*** forman un sistema de ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} T - 20 - 40\sqrt{3} = 4a \\ 50\sqrt{3} - T - 100 = 10a \end{cases}$$

Que sumadas nos dan el valor de la aceleración

$$50\sqrt{3} - 20 - 40\sqrt{3} - 100 = 14a \rightarrow a = \frac{10\sqrt{3} - 120}{14} \rightarrow \boldsymbol{a} \cong \mathbf{-7,33\, {}^{m}/{}_{s^2}}$$

¡Ojo! La aceleración sale negativa, habría que hacer OTRA VEZ el problema (Las ecuaciones no son las mismas pero cambiadas de signo) **pero suponiendo que las masas se mueven al revés (**cosa imposible en nuestro caso, como hemos dicho antes la masa más pesada está más inclinada). Por lo tanto, la solución al problema es que el sistema **permanece parado por efecto del rozamiento.**

Para calcular el valor de la fuerza de rozamiento NO APLICAREMOS $\boldsymbol{f_r = \mu_d N}$ ya que se trata de un rozamiento tipo estático. Lo calcularemos aplicando a cada cuerpo $\boldsymbol{\sum F_x = 0}$.

Lo hacemos a continuación por no dejarlo en el aire, pero el cálculo del rozamiento en este caso creemos que se sale del nivel de primero de bachiller. Sin embargo, como vamos a ver es “casi copiar” las leyes anteriores, pero teniendo cómo incógnita a la fuerza de rozamiento puesto que la aceleración ya la sabemos, **ES NULA.**

Cuerpo de *4 Kg*

$$\sum F_x = ma \rightarrow T - P_x - f_r = ma \rightarrow \boldsymbol{T - 20 - f_R = 4 \cdot 0 = 0}$$

Cuerpo de *10 Kg*

$$\sum F_x = ma \rightarrow P_x - T - f_r = ma \rightarrow \boldsymbol{50\sqrt{3} - T - f_R = 10 \cdot 0 = 0}$$

Sumadas:

$$\boldsymbol{50\sqrt{3} - 20 - 2f_R = 0 \rightarrow f_R \approx 33.30\ N}$$

$$\boldsymbol{T = 53.30\ N}$$