victor loza
ACADEMIA ONLINE

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE. PROBLEMAS DE CINEMÁTICA

Estas cuestiones tratan de practicar las magnitudes cinemáticas que aparecen en la teoría del movimiento armónico.

Ejemplo 1

Un M.A.S tiene una amplitud A = 10 cm y una frecuencia f = 2 Hz. Deducir la ecuación del movimiento sabiendo que en el origen de tiempos la posición es x = 0 y la velocidad hacia la izquierda, negativa según el convenio de siempre. Calcular en qué tiempos la partícula pasa por la posición x = 5 cm. Por último, calcular la velocidad en la posición anterior, x = 5 cm

Tenemos dos datos fundamentales, la amplitud de ***10 cm*** y la frecuencia, a secas, no la frecuencia angular, ω. Recordamos que esta frecuencia es el inverso del periodo y nos define los ciclos por segundo que hace la partícula en su movimiento armónico. Entonces:

$$f = 2\,Hz \rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2}s \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi\ {}^{Rd}/_{s}$$

Con estos datos, ya podemos escribir la primera aproximación a la ecuación del movimiento:

$$x = Acos(\omega t + \varphi_0) \rightarrow \boldsymbol{x = 0.1cos(4\pi t + \varphi_0)}$$

Por último, nos queda el cálculo del ángulo de fase inicial según las condiciones iniciales:

$$\boldsymbol{x = 0.1cos(4\pi t + \varphi_0)} \rightarrow |t = 0, x = 0| \rightarrow 0 = 0.1cos\varphi_0 \rightarrow cos\varphi_0 = 0$$

$$cos\varphi_0 = 0 \rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} \dfrac{\pi}{2} \\ \dfrac{3\pi}{2} \end{cases}$$

Elegir uno u otro depende de la velocidad inicial. Vamos a calcular la ley de la velocidad e impondremos la condición de que cuando ***t = 0 la velocidad es negativa.***

$$v = -0.1 \cdot 4\pi sen(4\pi t + \varphi_0) \rightarrow v(0) = \boldsymbol{-0.1 \cdot 4\pi sen\varphi_0 < 0}$$

De la inecuación remarcada en negrita podemos deducir que para que ese producto sea negativo el seno del ángulo inicial ha de ser positivo. De los dos ángulos entre los que tenemos que elegir, **sólo uno, el de 90 grados, cumple esa condición,** tiene el seno positivo. Por lo tanto:

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \rightarrow \boldsymbol{x = 0.1cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

Vayamos ahora con la siguiente cuestión, en qué tiempos pasa por la posición ***x = 5 cm.***

Como tenemos la expresión que nos relaciona la posición con el tiempo, vamos a deducir en que tiempos la posición ***"x"*** es ***0.05 m:***

$$x = \boldsymbol{0.1cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = 0.05} \rightarrow cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} 4\pi t + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad (1) \\ 4\pi t + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad (2) \end{cases}$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2):

$$(1)\ 4t_1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + 2k \rightarrow 24t_1 = -1 + 12k \rightarrow t_1 = -\frac{1}{24} + \frac{1}{2}k$$

$$\boldsymbol{t_1 = \frac{11}{24}, \frac{23}{24}, \frac{35}{24} \ldots}$$

$$(2)\ 4t_2 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{3} + 2k \rightarrow 24t_2 = -5 + 12k \rightarrow\ t_1 = -\frac{5}{24} + \frac{1}{2}k$$

$$\boldsymbol{t_2 = \frac{7}{24}, \frac{19}{24}, \frac{31}{24} \ldots}$$

Los primeros tiempos, t_1, corresponden a la fase de 60 grados. Si sustituimos en la expresión de la velocidad

$$v = -0.1 \cdot 4\pi sen\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Vemos que corresponden a velocidades negativas.

Los segundos tiempos, t_2, corresponden a tiempos a la fase de -60 grados, con velocidades positivas.

Por último, nos piden la velocidad cuando la partícula pasa por

x = 0.05 m. Para ello debemos ir a las leyes que nos relaciona la velocidad, no con el tiempo, sino con la posición. Recordando la teoría:

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} \to\to v(0.05) = \pm\boldsymbol{4\pi}\sqrt{\mathbf{0.1^2 - 0.05^2}}\ \boldsymbol{{}^{m}/_{s}}$$