victor loza
ACADEMIA ONLINE

PROBLEMAS DE ROTACIÓN. MRU Y MRUA

En estos pocos problemas intentaremos que los conceptos fundamentales de los que hemos hablado en la teoría queden claros.

Problema 1

Calcular la velocidad angular y lineal de la tierra en su movimiento de rotación alrededor del sol. Calcular asimismo la aceleración tangencial, centrípeta y total de dicho movimiento. Datos: distancia Sol-Tierra 150 millones de kilómetros.

Se trata de un movimiento de velocidad angular constante de periodo un año. Por lo tanto:

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{365 \cdot 24 \cdot 3600} \approx \mathbf{2 \cdot 10^{-7}}\, {}^{\boldsymbol{Rd}}\!/_{\boldsymbol{s}}$$

Para calcular la velocidad lineal aplicamos la relación que hay entre ellas

$$v = \omega \cdot R = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 150 \cdot 10^{9} \approx 29885.77\ {}^{m}\!/_{s}$$

Para calcular la aceleración tangencial aplicamos

$$\boldsymbol{a_\tau} = \boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{R} \to |\omega = cte \to \alpha = 0| \to a_\tau = 0 \cdot R \to \boldsymbol{a_\tau} = \mathbf{0}$$

Siendo α la aceleración angular

$$\boldsymbol{a_c} = \omega^2 R = (2 \cdot 10^{-7})^2 \cdot 150 \cdot 10^{9} \cong \mathbf{6 \cdot 10^{-3}}\, {}^{\boldsymbol{m}}\!/_{\boldsymbol{s^2}}$$

Teniendo ya las dos aceleraciones, tangencial y centrípeta, calculamos la aceleración total. Pero como, en este caso, la aceleración tangencial es cero, la **aceleración total coincide con la aceleración centrípeta.**

Problema 2

Una rueda parte del reposo y en 10 segundos alcanza $20\pi\ \frac{Rd}{s}$. Sabiendo que su radio es de 4 metros calcular: a) ángulo girado y aceleración angular durante ese tiempo. b) velocidad lineal, aceleración tangencial y normal de un punto de la periferia en t=3. Si a partir de los 10 segundos sigue moviéndose con velocidad angular constante c) calcular el tiempo total que le costará dar 200 vueltas y el espacio total recorrido por un punto de la periferia.

Sabemos:

$$\begin{cases} \omega_0 = 0 \\ \omega_f = 20\pi \\ \Delta t = t = 10 \end{cases}$$

Utilizamos las fórmulas del movimiento de rotación uniformemente acelerado, MRUA:

a) ángulo girado y aceleración tangencial

$$\boldsymbol{\omega_f = \omega_0 + \alpha t} \rightarrow 20\pi = 0 + \alpha \cdot 10 \rightarrow \alpha = 2\pi Rd/s^2$$

$$\boldsymbol{\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \rightarrow \theta = \frac{1}{2}2\pi \cdot 10^2 = 100\pi Rd$$

b) Para *t=3* velocidad lineal, aceleración tangencial y centrípeta

$$\boldsymbol{\omega_f = \omega_0 + \alpha t \rightarrow \omega_f} = 0 + 2\pi \cdot 3 = \boldsymbol{6\pi\ {}^{Rd}/_{s}}$$

$$\boldsymbol{v = \omega R \rightarrow v} = 6\pi \cdot 4 = \boldsymbol{24\pi \frac{m}{s}}$$

$$\boldsymbol{a_\tau = \alpha R \rightarrow a_\tau} = 2\pi \cdot 4 = \boldsymbol{8\pi\ {}^{m}/_{s^2}}$$

$$\boldsymbol{a_n = \omega^2 R \rightarrow a_n} = (6\pi)^2 \cdot 4 = \boldsymbol{144\pi^2\ {}^{m}/_{s^2}}$$

c) tiempo total en dar 100 vueltas y el espacio total recorrido por un punto de la periferia.

Tenemos dos etapas:

Los primeros 10 segundos, con aceleración angular constante de $2\pi\ {}^{Rd}/_{s^2}$, y a partir de entonces, que se mueve con aceleración angular nula pues se mantiene la velocidad la velocidad angular. En la primera etapa se han girado $100\pi\ Rd$, como ya hemos calculado. Como 200 vueltas son $200 \cdot 2\pi\ Rd$ nos resta por girar $400\pi - 100\pi = 300\pi\ Rd$ con la velocidad angular constante adquirida en la primera etapa de $20\pi\ {}^{Rd}/_{s}$

Utilizando la ley del movimiento circular uniforme M.R.U.:

$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\omega t} \to 300\pi = 20\pi \cdot t \to t = 15s.$

Por lo tanto, el tiempo total en girar las 200 vueltas es 25s.

El espacio total recorrido por un punto de la periferia es:

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{\theta R} \to \boldsymbol{L} = 400\pi \cdot 4 = \mathbf{1600}\boldsymbol{\pi}\ \boldsymbol{m}$$

Problema 3

Calcular la velocidad angular del minutero de un reloj. Calcular también la velocidad lineal y aceleración total de un punto situado a 2 cm del centro.

Se trata de un movimiento de velocidad angular constante y, por ello, utilizamos las fórmulas del M.R.U.:

Minutero: su periodo es una hora, por ello

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\mathbf{2}\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{3600}}\, {}^{\boldsymbol{Rd}}/_{\boldsymbol{s}}$$

Un punto cuyo radio de giro es 0,02 m tendrá entonces las siguientes aceleraciones y velocidad:

$$v = \omega \cdot R = \frac{2\pi}{3600} \cdot 0.02 \ {}^{m}/_{s}$$

$$\boldsymbol{a_\tau} = \boldsymbol{\alpha R} = 0 \ (\alpha = 0)$$

$$\boldsymbol{a_n} = \boldsymbol{\omega^2 R} = (\frac{2\pi}{3600})^2 \cdot 0{,}02 \cong 6{,}1 \cdot 10^{-8} \ {}^{m}/_{s^2}$$

Problema 4

Una rueda de 40 cm de diámetro que gira a 20 r.p.m. empieza a frenar con aceleración angular constante de $2\,\frac{Rd}{s^2}$. Calcular el tiempo que le costará pararse y las vueltas que dará en ese tiempo. Calcular asimismo la velocidad lineal, aceleración tangencial, centrípeta y total de un punto de la periferia a los 0,01 segundos de iniciarse el frenado y también el espacio recorrido por ese punto en ese tiempo.

Tenemos un M.R.U.A. Utilizamos entonces sus leyes:

$$\text{Datos:}\begin{cases} \omega_0 = 20 r.p.m. \\ \omega_f = 0 \\ \alpha = -2 \ {}^{Rd}/_{s^2} \ (el\ signo\ menos\ por\ ir\ frenando) \end{cases}$$

Pasamos la velocidad angular inicial a ***Rd/s***

$$\omega_0 = 20 \ \frac{rev}{mn} = 20 \frac{2\pi \ Rd}{60 \ s} = \frac{2}{3}\pi \ {}^{Rd}/_{s}$$

Con los datos claros y en las unidades del S.I. aplicamos las fórmulas del M.R.U.A.

Tiempo en pararse y vueltas dadas en ese tiempo:

$$\boldsymbol{\omega_f} = \boldsymbol{\omega_0} + \boldsymbol{\alpha t} \to 0 = \frac{2}{3}\pi - 2t \to \boldsymbol{t} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{\pi}\, s$$

$$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\omega_0 t} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{\alpha t^2} \to \boldsymbol{\theta} = \frac{2}{3}\pi \cdot \frac{1}{3}\pi + \frac{1}{2}(-2)\left(\frac{1}{3}\pi\right)^2 = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{9}}\boldsymbol{\pi^2 Rd}$$

$$= \frac{\frac{1}{9}\pi^2}{2\pi} vueltas = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{18}}\boldsymbol{\pi vueltas}$$

A los *0,01 segundos* de iniciarse el frenado tenemos:

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha t \to \omega_f = \frac{2}{3}\pi + (-2)0{,}01 \cong 2{,}07\ {}^{Rd}/_{s}$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \to \theta = \frac{2}{3}\pi \cdot 0{,}01 + \frac{1}{2}(-2)(0{,}01)^2 \cong 0{,}02Rd$$

Entonces:

$$\boldsymbol{L} = \theta \cdot R = 0.02 \cdot 0.4 = \mathbf{8 \cdot 10^{-3}}\ \boldsymbol{m}$$

$$\boldsymbol{v} = \omega R = 2{,}07 \cdot 0{,}4 \cong \mathbf{0{,}828}\ {}^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s}}$$

$$\boldsymbol{a_\tau} = \alpha R = (-2) \cdot 0{,}4 = \mathbf{-0{,}8}\ {}^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s^2}}$$

$$\boldsymbol{a_n} = \omega^2 R = 2{,}07^2 \cdot 0{,}4 \cong \mathbf{1{,}71}\ {}^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s^2}}$$

$$\boldsymbol{a_{total}} = \sqrt{{a_\tau}^2 + {a_n}^2} = \sqrt{(-0{,}8)^2 + 1{,}71^2} \cong \mathbf{1{,}8}\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{s^2}}$$