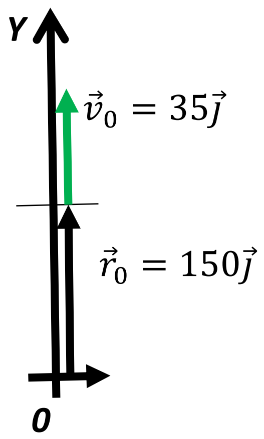
MOVIMIENTOS RECTILÍNEOS DE ACELERACION CONSTANTE

En esto problemas partiremos de la ley vectorial vista en la teoría, pero en todos ellos llegaremos a las leyes sobre el eje X y sobre el eje Y, para quién le guste más esa manera.

Problema 1

Se lanza una bola desde una altura de 150 m con una velocidad de 35m/s vertical hacia arriba. Calcular A) la altura máxima alcanzada. B) velocidad cuando vuelve a pasar por el punto de lanzamiento. C) tiempo y velocidad al llegar al suelo.

Como siempre, un dibujo nos ayuda a visualizar el problema y aplicar las leyes



Se trata de un movimiento uniformemente acelerado (como todos los que tienen lugar en la superficie terrestre en "caída libre"). Aplicaremos por ello la ley general de estos movimientos:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

donde el vector aceleración es, como se ha comentado, $-10\vec{j}$ por ir hacia abajo (**mientras no se diga lo contrario los vectores base $\vec{\imath},\vec{\jmath}$ son los tradicionales: horizontal hacia la derecha y vertical hacia arriba)**. Como ya conocemos las tres características que definen estos movimientos ($\vec{r}_0, \vec{v}_0$ y $\vec{a}$) sustituimos en la ley:

$$\vec{\boldsymbol{r}}(\boldsymbol{t}) = 150\vec{j} + 35\vec{j}t + \frac{1}{2}(-10\vec{j})t^2 = (\mathbf{150} + \mathbf{35}\boldsymbol{t} - \mathbf{5}\boldsymbol{t}^{\mathbf{2}})\vec{\boldsymbol{j}}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ \boldsymbol{y = 150 + 35t - 5t^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = 0 \\ \boldsymbol{v_y = 35 - 10t} \end{cases}$$

Donde hemos añadido las características sobre el eje "X" pero realmente no son necesarias, tanto la posición como la velocidad sobre ese eje son nulas.

Ya tenemos las características fundamentales del movimiento. Es ahora, y no antes, cuando nos podemos preguntar cómo deducir lo que nos piden. Para ello, tenemos que saber reflejar lo que nos preguntan en estas ecuaciones:

a) **Altura máxima alcanzada**:

Ese punto se diferencia de los demás porque $\boldsymbol{v_y = 0}$**. Entonces**

$$v_y = 35 - 10t = 0 \rightarrow t = 3{,}5s$$

Sustituyendo este valor de t en lo que nos interese calcular conoceremos el resultado, en nuestro caso la altura, o sea el valor de y:

$$y = 150 + 35t - 5t^2 \rightarrow y_{máxima} = y(3{,}5) = 150 + 35 \cdot 3{,}5 - 5(3{,}5)^2$$

$$\boldsymbol{y_m = 211,25m}$$

b) velocidad cuando vuelve a pasar por el punto de lanzamiento:

En este punto ***y=150***

$$y = 150 + 35t - 5t^2 \rightarrow 150 = 150 + 35t - 5t^2 \rightarrow 35t - 5t^2 = 0$$
$$\rightarrow t(35 - 5t) = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ 35 - 5t = 0 \end{cases}$$

t=0 nos indica que cuando hemos empezado a contar tiempos, cuando hemos empezado a estudiar el problema, ***y=150*** que ya lo sabíamos.

35-5t=0 nos indica que vuelve a pasar por ese punto cuando t=7s. Lo que se pregunta entonces es la velocidad en ese tiempo:

$$v_y = 35 - 10t \rightarrow v_y(7) = 35 - 70 = -35$$

$$\boldsymbol{v_y = -35m/s}$$

Lleva la misma velocidad que cuando lo hemos lanzado (esto ocurre siempre, a la misma altura el módulo de la velocidad es el mismo, por el principio de la conservación de la energía) El signo menos significa que va hacia abajo, claramente.

c) tiempo en llegar al suelo y velocidad en ese momento:

En el suelo es y=0. Por lo tanto:

$$y = 150 + 35t - 5t^2 = 0 \rightarrow t = \begin{cases} 10 \\ -3 \end{cases}$$

El valor negativo del tiempo no tiene sentido. La velocidad en ese momento es

$$v_y = 35 - 10t \rightarrow v_y(10) = 35 - 100 = -65m/s$$

$$\boldsymbol{v_{suelo} = -65m/s}$$

Problema 2

a) Deducir y dibujar las gráficas y-t, v-t y a-t del ejercicio anterior.

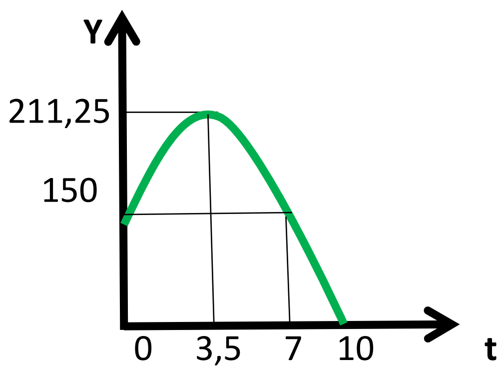
b) Calcular también el vector desplazamiento entre los instantes t=0 y t=10.

c) El módulo del desplazamiento entre dos instantes ¿coincide con el espacio total recorrido por la bola entre esos dos instantes? Para ello calcular el espacio recorrido entre t=0 y t=10 y compararlo con el vector desplazamiento calculado en el apartado anterior.

a) Gráfica y-t: Para ello debemos de tener la ley de dependencia de la altura, y, con la variable t que ya la sabemos del problema anterior:

$$y = 150 + 35t - 5t^2$$

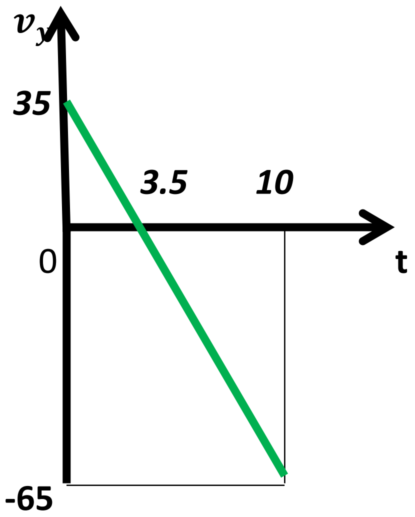
Como sabemos, es una parábola. De las preguntas contestadas en el problema anterior sabemos además que para ***t=0 y=150***, para ***t=3,5*** se alcanza la altura máxima ***y=211,25*** y que para ***t=10 y=0***. Con estos datos es suficiente para dibujarla



Análogamente se dibuja la gráfica

$$v_y = 35 - 10t$$

Que debemos de saber corresponde a una línea recta, por estar la variable elevada a la "uno"



La gráfica de la aceleración frente al tiempo es trivial ya que

$$a_y = -10$$

b) vector desplazamiento entre *t=0 y t=10*

Por definición, el vector desplazamiento entre dos instantes t_i y t_f se define como $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_f) - \vec{r}(t_i)$. En nuestro caso:

$$\Delta y = y(10) - y(0) = 0 - 150 = -150$$

c) Claramente el vector desplazamiento **NO** coincide con el espacio recorrido que en nuestro caso es la suma del espacio de subida más es espacio de bajada:

Subida = *(211.25-150) = 61.25*

Bajada= *211.25*

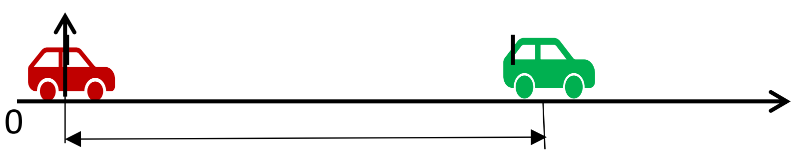
Espacio total recorrido = *61.25 + 211.25 = 272.5 m*

Si la trayectoria es curva dicho espacio recorrido es difícil de calcular.

Problema 3

Dos móviles A y B parten de dos puntos separados 250 metros El móvil A parte de la izquierda del móvil B con una velocidad hacia la derecha de módulo 20 y aceleración hacia la derecha también de módulo 6. El móvil B parte con una velocidad inicial hacia la derecha de módulo 60 y una aceleración hacia la izquierda de módulo 8. Calcular el tiempo que tardan en encontrarse y su posición en ese momento. Unidades S.I. mientras no se diga lo contrario.

$$\text{Móvil A}\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 = +20 \\ a = +6\ (cte) \end{cases} \qquad \text{Móvil B}\begin{cases} x_0 = 250 \\ v_0 = +60 \\ a = -8(cte) \end{cases}$$



250 m

Con las ecuaciones del movimiento, **referidas a la posición x (la posición en y es cero para los dos móviles)**, el problema no tiene ninguna dificultad pues **para saber dónde se encuentran no tendremos más que**

igualar ambas posiciones. Aplicamos las leyes para los movimientos uniformemente acelerados, **teniendo cuidado claramente de los signos.** Insistimos, como estamos sobre un eje, el carácter vectorial de las posiciones iniciales, velocidades iniciales y aceleración quedan reflejadas con el signo, positivas las que vayan hacia la derecha y negativas las que vayan hacia la izquierda**.**

Móvil A:

$$\boldsymbol{x_A = 0 + 20t + \frac{1}{2}6t^2}$$

Móvil B:

$$\boldsymbol{x_B = 250 + 60t + \frac{1}{2}(-8)t^2}$$

Igualando ambas posiciones como hemos dicho calculamos el tiempo en el que los móviles ocupan el mismo lugar:

$$\boldsymbol{x_A = x_B \rightarrow 20t + 3t^2 = 250 + 60t - 4t^2} \rightarrow 7t^2 - 40t - 250 = 0$$

$$\rightarrow t = \begin{cases} 9{,}48 \\ -3{,}76 \end{cases}$$

Por lo tanto, se encuentran cuando ***t=9,48***. La posición la calculamos llevando ese valor de t a cualquiera de las dos ecuaciones del movimiento:

$$\boldsymbol{x_A(9,48)} = 20 \cdot 9{,}48 + 3 \cdot 9{,}48^2 = \boldsymbol{459,21\ m}$$