

### Problema 1

Una masa de 15 Kg descansa sobre una superficie horizontal con  $\mu_d = 0,3$ . Sobre ella actúa una fuerza de 50 N de tres maneras como se indica en las figuras. En la primera la fuerza forma 30 grados con la horizontal hacia arriba, en la segunda la fuerza es totalmente horizontal y en la tercera los 30 grados son con la horizontal, pero hacia abajo. Calcular en los tres casos la aceleración de la masa. Tomar  $g = 10 \text{ m/s}^2$

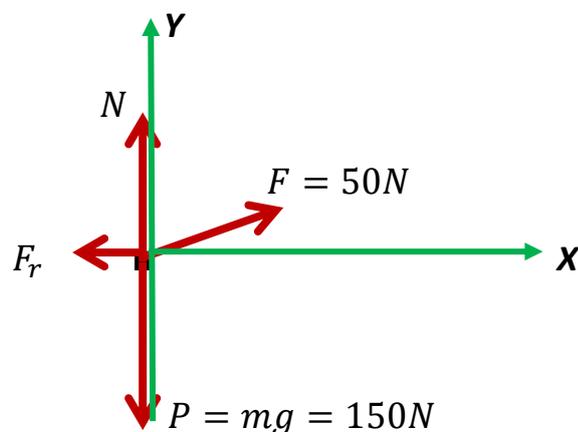
**Caso 1: la fuerza forma 30 grados con la horizontal en sentido ascendente**

#### 1º Diagrama de fuerzas

Como hemos comentado en la lección de teoría dedicada a las leyes de Newton aplicadas a la traslación, debemos de saber que las fuerzas que actúan sobre este cuerpo son las siguientes:

El peso, se transmite sin necesidad de “tocar” al cuerpo. Su valor es  $mg$  y siempre vertical hacia “abajo”.

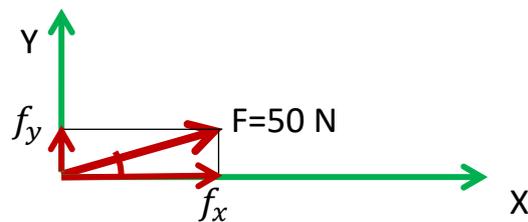
Las demás están originadas por los contactos con el exterior o son datos del problema. En nuestro caso, el único contacto con el exterior es la superficie de apoyo que ejerce, como debemos de saber, la normal y la fuerza de rozamiento. Por último, añadimos la fuerza exterior dato del problema.



## 2º Descomposición ejes X de la trayectoria e Y perpendicular

Estos ejes están marcados en verde en la figura anterior.

La única fuerza que hay que descomponer es la de **50 N** (las demás ya están sobre los ejes)

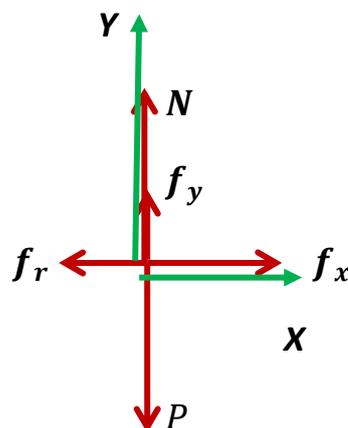


El ángulo marcado en rojo es  $30^\circ$

$$f_x = f \cos 30 = 50 \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}$$

$$f_y = f \sin 30 = 50 \frac{1}{2} = 25$$

## 3ª Aplicamos las condiciones a cada uno de los ejes X e Y



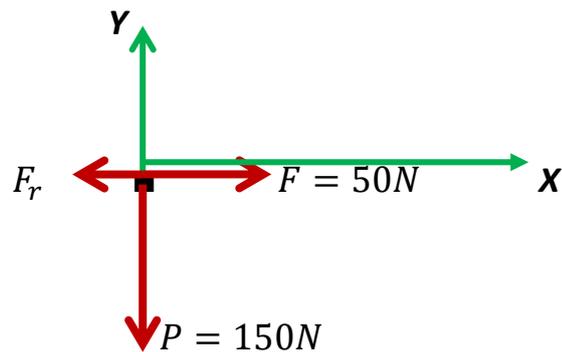
$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 &\rightarrow N + f_y = P \rightarrow N + 25 = 150 \rightarrow N = 125 \rightarrow f_r = \mu N \\ &= 0,3 \cdot 125 \end{aligned}$$

$$\sum F_x = ma \rightarrow f_x - f_r = ma \rightarrow 25\sqrt{3} - 0,3 \cdot 125 = 15a \rightarrow$$

$$a = \frac{25\sqrt{3} - 0,3 \cdot 125}{15} \text{ m/s}^2$$

**Caso 2: la fuerza es horizontal**

**1º Diagrama de fuerzas**



**2º Descomposición eje X de la trayectoria e Y perpendicular**

Como se ve en la figura, todas las fuerzas están ya sobre los ejes mencionados

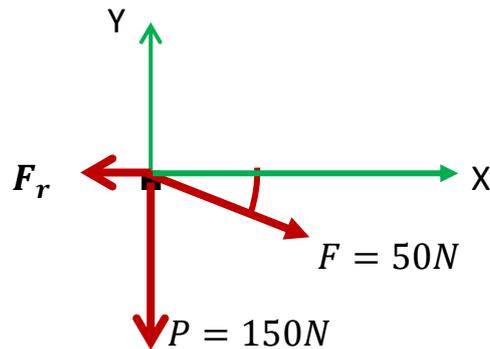
**3ª Aplicamos las condiciones a cada uno de los ejes**

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N = P \rightarrow N = 150 \rightarrow f_r = \mu N \rightarrow f_r = 0,3 \cdot 150 = 45$$

$$\sum F_x = ma \rightarrow f - f_r = ma \rightarrow 50 - 45 = 15a \rightarrow a = \frac{1}{3} \text{ m/s}^2$$

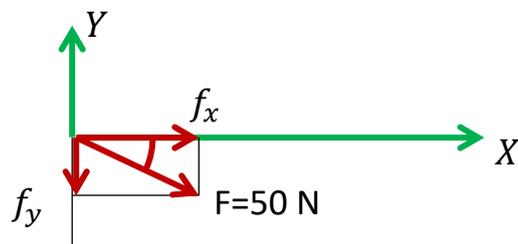
**Caso3: la fuerza forma 30 grados con la horizontal, pero en sentido descendente.**

**1º Diagrama de fuerzas**



El ángulo marcado en rojo es **30 °**

**2º Descomposición eje X de la trayectoria e Y perpendicular**



$$f_x = f \cos 30 = 50 \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}$$

$$f_y = f \sin 30 = 50 \frac{1}{2} = 25$$

**3º Aplicamos las condiciones a cada uno de los ejes:**

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 &\rightarrow N = P + f_y \rightarrow N = 150 + 25 = 175 \rightarrow f_r \\ &= 0,3 \cdot 175 = 52,5 \end{aligned}$$

$$\sum F_x = ma \rightarrow f_x - f_r = ma \rightarrow 25\sqrt{3} - 52,5 = 15a$$

¡Ojo! La aceleración sale negativa, en el sentido de la fuerza de rozamiento y esto no puede ser, el cuerpo no se va a mover por efecto del rozamiento. La fuerza normal es mayor que en los dos casos anteriores y, por lo tanto, el valor de la fuerza de rozamiento que nos da la expresión  $f_R = \mu N$  es mayor que  $f_x$ . **Lo que ocurre entonces es que no hay deslizamiento, la fuerza aplicada no es capaz de mover al cuerpo, éste queda quieto y la fuerza de rozamiento es de tipo estático y  $f_r \neq \mu_D N$ .** Como el cuerpo queda parado

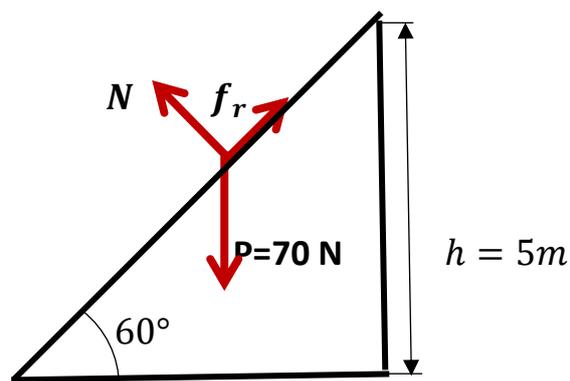
$$\sum F_x = 0 \rightarrow f_r = f_x = 25\sqrt{3}; a = 0 \text{ m/s}^2$$

**Problema 2**

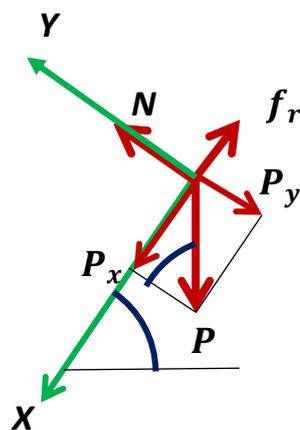
*Desde un plano inclinado 60 grados con la horizontal y desde una altura de 5 metros se deja caer una masa de 7 Kg, siendo el coeficiente de rozamiento dinámico 0,2. Calcular la aceleración con la que baja y la velocidad al llegar al suelo.*

**1º Diagrama de fuerzas**

Debemos de saber que las fuerzas sobre este cuerpo son el peso y las que le producen el contacto superficie de apoyo, normal y fuerza de rozamiento



**2º Descomposición eje X de la trayectoria e Y perpendicular**



Los ángulos marcados en azul valen **60°**

Como vemos en la figura, la única fuerza que no va sobre los ejes es el peso. Descomponemos pues el peso en  $P_x$  y  $P_y$

$$P_x = P \operatorname{sen} 60 = 70 \frac{\sqrt{3}}{2} = 35\sqrt{3}$$

$$P_y = P \operatorname{cos} 60 = 70 \frac{1}{2} = 35$$

**3º Aplicamos las condiciones a cada uno de los ejes:**

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N = P_y \rightarrow N = 35 \rightarrow f_r = \mu N \rightarrow f_r = 0,2 \cdot 35 = 7$$

$$\sum F_x = ma \rightarrow P_x - f_r = ma \rightarrow 35\sqrt{3} - 7 = 7a \rightarrow$$

$$a = \frac{35\sqrt{3} - 7}{7} \cong 7,67 \text{ m/s}^2$$

Para calcular la velocidad con la que llega a la base del plano inclinado no tenemos más que aplicar las fórmulas **simples** del movimiento uniformemente acelerado. Conocemos  $v_0 = 0$ ,  $a = 7,67 \text{ m/s}^2$  y el espacio recorrido que es la longitud de la hipotenusa. Aplicando las leyes básicas de triángulos rectángulos es:

$$5 = H \operatorname{sen} 60 \rightarrow H \cong 5,77$$

Conocidas estas tres características del movimiento podemos calcular la velocidad final:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2as \rightarrow v_f^2 - 0 = 2 \cdot 7,67 \cdot 5,77 \rightarrow v_f = 9,41 \text{ m/s}$$