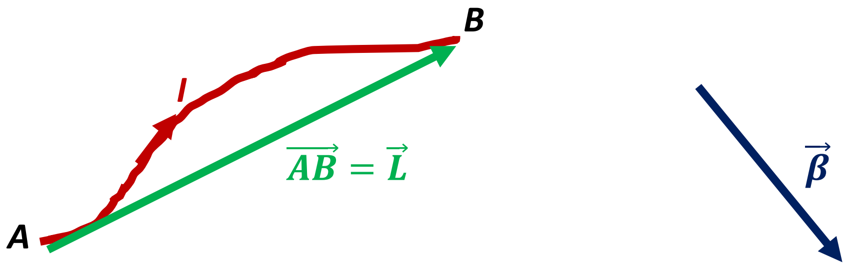
FUERZAS SOBRE CONDUCTORES CON CORRIENTE

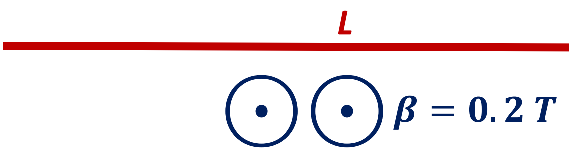
En los siguientes problemas se va a utilizar, como debemos de recordar, la ley que nos proporciona la fuerza que un campo magnético ejerce sobre un conductor que transporta una corriente de intensidad ***i.*** En la figura, el conductor está representado por el hilo rojo que va desde el punto ***A*** hasta el punto ***B***, siendo el sentido de la corriente el representado. El campo magnético se ha representado por medio del vector azul.



$$\vec{F} = i \cdot (\vec{L} \times \vec{\beta})$$

Problema 1

Sea el cable de la figura de densidad 2 kg por metro en sentido horizontal. Este cable está inmerso en un campo magnético perpendicular al plano del papel y hacia afuera de valor 0.2 T. Calcular la intensidad y el sentido de la corriente que debe de circular por el cable para que éste permanezca en equilibrio, contrarrestando la fuerza magnética a su peso.



Creemos que es fácil ver que la fuerza magnética ha de ser hacia arriba, contraria al peso, y del mismo valor en módulo que el peso. Por lo tanto, y dado que la dirección del cable es perpendicular al campo:

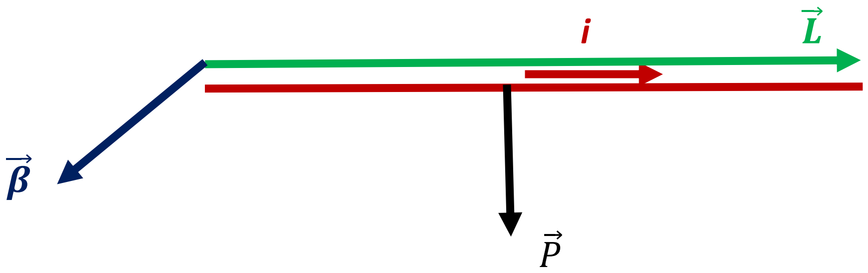
$$F_m = P \rightarrow i \cdot L \cdot \beta = \boldsymbol{mg} = \boldsymbol{d} \cdot \boldsymbol{L} \cdot g \rightarrow iL\beta = dLg \rightarrow$$

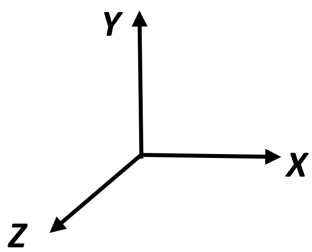
$$i\beta = dg \rightarrow i \cdot 0.2 = 2 \cdot 9.8 \rightarrow$$

$$\boldsymbol{i = 98\ A}$$

Donde la masa del cable se ha obtenido multiplicando la densidad lineal por la longitud.

Para calcular el sentido de la intensidad nos fijamos en la siguiente figura. Como solamente hay dos posibilidades, en estos casos suele venir bien hacer una hipótesis con un sentido. Si, efectivamente, se cumple la condición que queremos, hemos acertado con esa hipótesis. Si no es así, el resultado es la hipótesis contraria. En nuestro caso elegimos la hipótesis de que la intensidad va de izquierda a derecha:





Si efectuamos el producto vectorial $\vec{L} \times \vec{\beta}$, $\vec{L}$ en verde y $\vec{\beta}$en azul, tendríamos que ver, aplicando visualmente su definición, que el vector resultante tiene sentido hacia abajo, en el mismo sentido que el peso. Por lo tanto, ambas fuerzas no se equilibrarían y deducimos claramente por ello que la intensidad ha de ir de derecha a izquierda.

De todas formas, podemos efectuar el mismo cálculo aplicando la definición de producto vectorial en el caso de que no veamos visualmente muy bien dicho producto vectorial. Para ello, tendremos que poner los vectores que intervienen en la ley referidos a un sistema cartesiano previamente definido como el de la figura. Sí, como en el caso anterior, elegimos el sentido de la intensidad de izquierda a derecha tendremos:

$$\vec{L} = L\vec{\imath} \qquad \vec{\beta} = 0.2\vec{k} \rightarrow \vec{F}_m = i \cdot (\vec{L} \times \vec{\beta}) = 98 \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{vmatrix} =$$

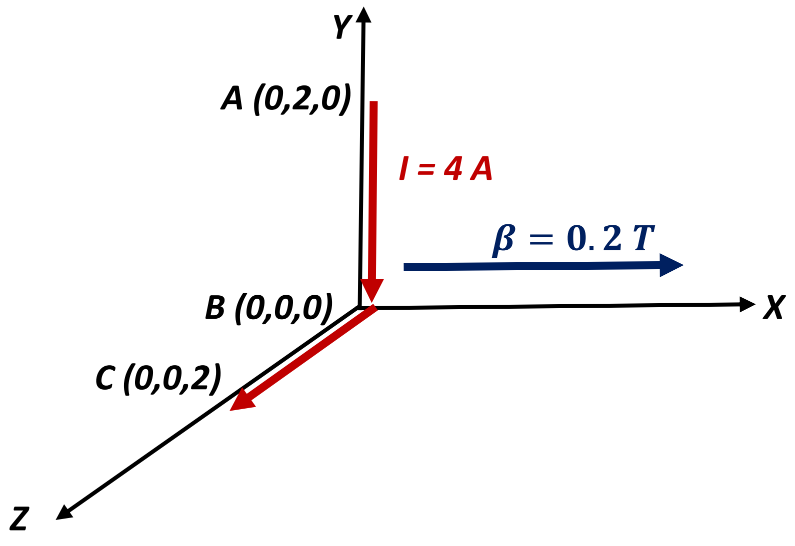
$$= 98 \cdot (-0.2 \cdot L\vec{\jmath})$$

Observando que en ese caso la fuerza magnética sería hacia abajo y no contrarrestaría el peso. Por eso, de la misma manera, deducimos que la intensidad ha de ser de derecha a izquierda.

Problema 2

Sea el cable de la figura que consta de 2 trozos perpendiculares entre sí, AB y BC, de 2 metros de longitud cada uno de ellos. Por él circula una corriente de i = 4 A en el sentido que se indica. Dicho cable está inmerso en un campo magnético en el sentido del eje x positivo y de valor $\beta = 0.2\ T$.

Calcular la fuerza sobre cada uno de los trozos que componen el cable, AB y BC, y demostrar que la fuerza total es la misma que si el cable fuera en línea recta desde A hasta C, manteniendo el sentido de la intensidad.



En primer lugar, vamos a calcular la fuerza sobre cada uno de los trozos de cable. Para ello vamos a utilizar la definición del producto vectorial. Creemos que está muy bien hacerlo utilizando nuestra "imaginación espacial", otras veces aplicando reglas que a nosotros nos parecen bastante prescindibles, la regla de la mano derecha… Además, si aplicamos la definición vectorial, estaremos seguros de no confundirnos.

Cable AB

$$\vec{F}_{AB} = i \cdot \left(\vec{L}_{AB} \times \vec{\beta}\right) = \left| \begin{matrix} \vec{L} = -2\vec{j} \\ \vec{\beta} = 0.2\vec{i} \end{matrix} \right| = 4 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -2 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 4 \cdot \left(0.4\vec{k}\right) \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\vec{F}_{AB} = 1.6\vec{k}}$$

Cable BC

$$\vec{F}_{BC} = i \cdot \left(\vec{L}_{BC} \times \vec{\beta}\right) = \left| \begin{matrix} \vec{L} = 2\vec{k} \\ \vec{\beta} = 0.2\vec{i} \end{matrix} \right| = 4 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ 0.2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 4 \cdot (0.4\vec{j}) \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\vec{F}_{BC} = 1.6\vec{j}}$$

Siendo la fuerza total:

$$\boldsymbol{\vec{F}} = \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BC} = \boldsymbol{1.6\vec{j} + 1.6\vec{k}}$$

Para demostrar que la fuerza total es la misma que si el cable fuera en línea recta desde ***A*** hasta ***C*** no hace falta hacerlo con los datos concretos:

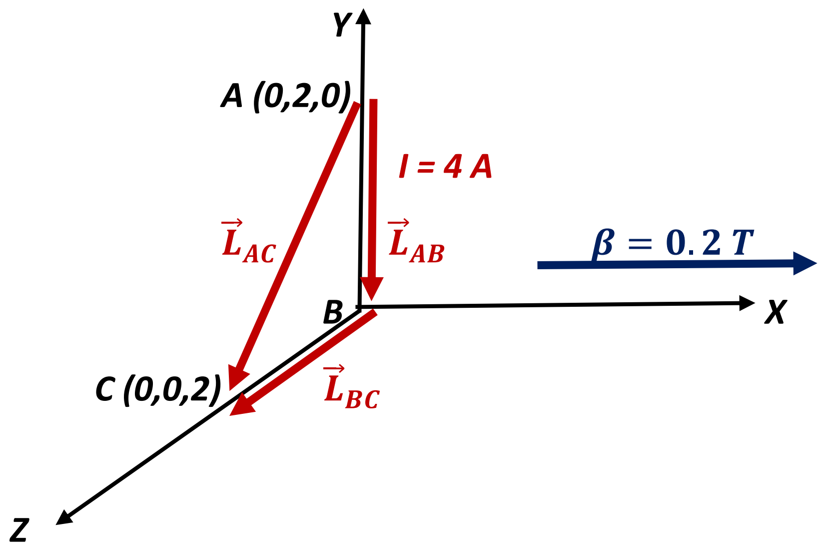
$$\boldsymbol{\vec{F}} = \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BC} = i \cdot \left(\vec{L}_{AB} \times \vec{\beta}\right) + i \cdot \left(\vec{L}_{BC} \times \vec{\beta}\right) =$$

$$= i\left[\left(\vec{L}_{AB} \times \vec{\beta}\right) + \left(\vec{L}_{BC} \times \vec{\beta}\right)\right] = i\left[\left(\vec{L}_{AB} + \vec{L}_{BC}\right) \times \vec{\beta}\right] =$$

$$= \left|\vec{L}_{AB} + \vec{L}_{BC} = \vec{L}_{AC}\right| = \boldsymbol{i\left[\vec{L}_{AC} \times \vec{\beta}\right]}$$

Ya que, gráficamente, se observa claramente que:

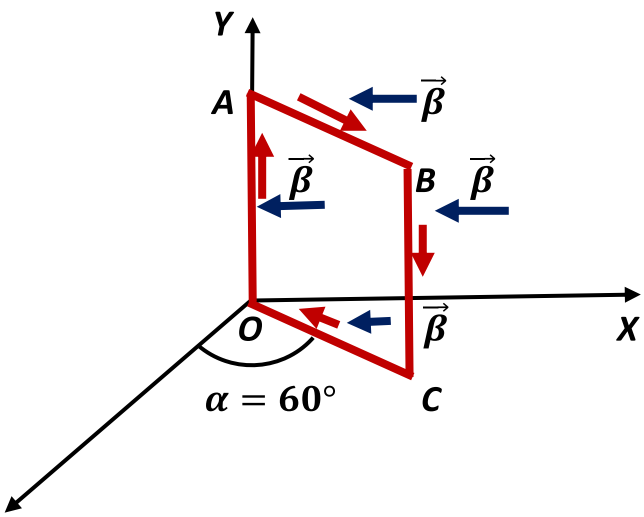
$$\vec{L}_{AB} + \vec{L}_{BC} = \vec{L}_{AC}$$



Problema 3

Se tiene una espira cuadrada de lado 5 cm como la de la figura, por la cual circula una corriente de 2 amperios en el sentido que se marca. Dicha espira está inmersa dentro de un campo magnético $\vec{\beta} = -0.1\vec{\imath}$.

Calcular la fuerza sobre cada uno de los lados de la espira y demostrar que la fuerza total, como se ha dicho en la teoría, es nula, puesto que se trata de una espira cerrada. Si tomamos el eje Y como si fuera el eje de una puerta respecto al cuál puede girar la espira, calcular el momento que la fuerza magnética hace sobre la espira.



Z

Vamos a calcular la fuerza magnética sobre cada uno de los lados del rectángulo OABC por separado. Además, vamos a aplicar la definición matemática de producto vectorial porque sabemos que a veces, aunque es conveniente poder hacerlo visualmente, puede tener su complicación.

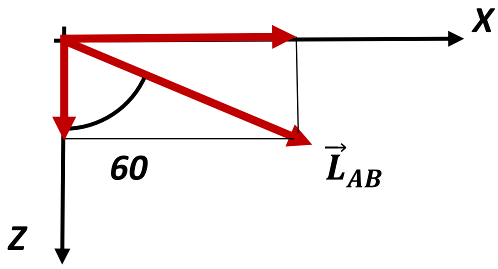
Lado OA

$$\begin{cases} \vec{L} = 0.05\vec{j} \\ \vec{\beta} = -0.1\vec{i} \end{cases} \rightarrow \vec{F}_{OA} = 2\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0.05 & 0 \\ -0.1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 2\cdot\left(0.1\cdot 0.05\vec{k}\right) \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\vec{F}_{OA} = 10^{-2}\vec{k}}$$

Lado AB

Para calcular el vector $\vec{L}_{AB}$ tenemos que ver que no tiene componente en la dirección del eje ***Y.*** Sus componentes, si miramos desde "arriba" son:



$$\vec{L}_{AB} = 0.05sen60\vec{i} + 0.05cos60\vec{k} = 5\cdot 10^{-2}\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + 5\cdot 10^{-2}\frac{1}{2}\vec{k}$$

Ya estamos en condiciones de aplicar la ley para calcular la fuerza magnética sobre este lado

$$\begin{cases} \vec{L} = \frac{5}{2}\sqrt{3}\cdot 10^{-2}\vec{i} + \frac{5}{2}\cdot 10^{-2}\vec{k} \\ \vec{\beta} = -0.1\vec{i} \end{cases} \rightarrow \vec{F}_{OA} = 2\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{5}{2}\sqrt{3}\cdot 10^{-2} & 0 & \frac{5}{2}\cdot 10^{-2} \\ -0.1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

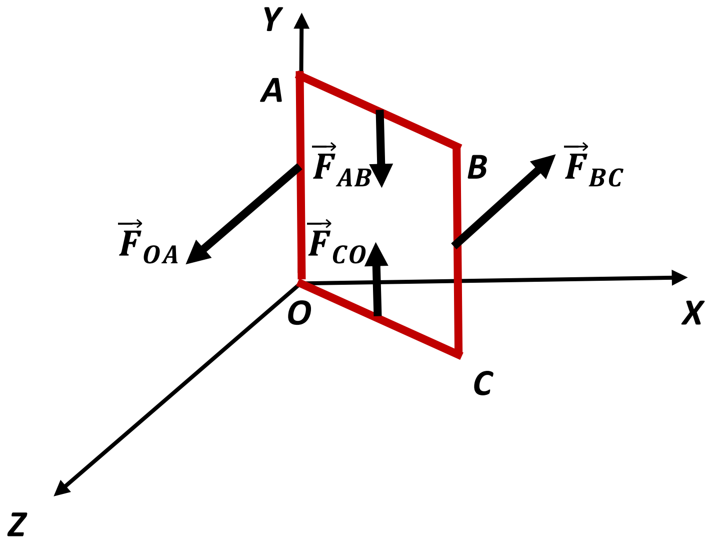
$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{AB}} = 2\cdot\left(-\frac{5}{2}\cdot 10^{-3}\vec{j}\right) = \boldsymbol{-5\cdot 10^{-3}\vec{j}}$$

La fuerza sobre el lado ***BC*** será la misma que sobre el lado ***OA,*** **pero de sentido contrario dado que** $\vec{L}_{BC} = -\vec{L}_{OA}$, puesto que las intensidades tienen sentido contrario.

Lo mismo ocurre con los lados ***CO*** y ***AB.*** Por lo tanto, la fuerza total, efectivamente, como se ha dicho en teoría y nos piden que demostremos, es cero.

Para responder a la segunda pregunta sobre el momento que la fuerza magnética ejerce sobre la espira teniendo como eje de giro el eje ***Y,*** hemos de recordar la definición de momento de una fuerza respecto de un punto que aparece en la teoría de física de 2º.

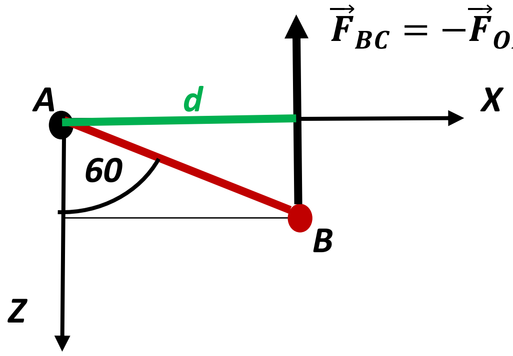
Dibujando las fuerzas calculadas, en negro, sobre cada uno de los lados tenemos:



Si nos imaginamos que la espira es como la puerta de la que hemos hablado en la teoría del momento de una fuerza, pensamos que no es difícil de ver que las fuerzas paralelas al eje ***Y*** de giro, $\vec{F}_{AB}$ y $\vec{F}_{CO}$, no tienen capacidad de hacerla girar respecto de él. Lo mismo podemos decir de la fuerza que está aplicada sobre el lado ***OA,*** el eje, como tampoco podemos girar una puerta aplicando una fuerza en su eje. Por lo tanto, la única fuerza que tiene momento respecto del eje ***Y*** es la fuerza $\vec{F}_{BC}$. Si miramos desde arriba y vemos el eje de perfil para convertirlo en un punto tenemos:

.

$$\vec{F}_{BC} = -\vec{F}_{OA} = -10^{-2}\vec{k}$$



$$M_{eje} = M_A = F \cdot d = \left| d = \overline{AB} \cdot sen60 = 0.05 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2} 10^{-2} \right| =$$

$$= 10^{-2} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} 10^{-2}$$

$$\boldsymbol{M_{eje} = \frac{5\sqrt{3}}{2} 10^{-4}\ N \cdot m} \circlearrowleft$$

Donde la flechita indica el sentido de giro.

En algunos libros de segundo de bachiller aparece una fórmula para calcular este momento como el producto vectorial del vector superficie por el vector campo magnético. Pensamos que en nuestro nivel la manera que hemos utilizado para calcularlo es mucho más didáctica. En ella ponemos de manifiesto, creemos que de mejor manera que utilizando esa fórmula, las ideas que intervienen.