victor loza
ACADEMIA ONLINE

ECUACIONES MATRICIALES

Ejemplo 1

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones matriciales, de incógnitas las matrices X e Y de orden 2x2

$$\begin{cases} \boldsymbol{2X+3Y=I\ (1)} \\ \boldsymbol{X=2Y\ \ (2)} \end{cases}$$

Si observamos, los coeficientes de las matrices incógnitas son números. Entonces, se trabaja como en las ecuaciones de números: despejamos una de las incógnitas y la llevamos a la otra y resolvemos:

$$\begin{cases} 2X+3Y=I \rightarrow |\ X=2Y| \rightarrow \\ \rightarrow 2(2Y)+3Y=I \rightarrow 7Y=I \rightarrow \boldsymbol{Y}=\frac{1}{7}I=\boldsymbol{\frac{1}{7}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}} \\ (2)\ X=2Y \rightarrow \boldsymbol{X}=\boldsymbol{\frac{2}{7}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}} \end{cases}$$

Ejemplo 2

Dadas las matrices

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{-1} & \boldsymbol{4} \\ \boldsymbol{2} & \boldsymbol{-3} \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{1} \\ \boldsymbol{7} & \boldsymbol{5} \end{pmatrix}$$

Resolver la ecuación $\boldsymbol{AX+I=B}$

Como siempre, despejamos la incógnita:

$$AX+I=B$$

$$AX=B-I \rightarrow A^{-1}AX=A^{-1}(B-I) \rightarrow \boldsymbol{X=A^{-1}(B-I)}$$

Para despejar la matriz $\boldsymbol{X}$ y “quitarle” de al lado a la matriz $\boldsymbol{A}$, **se han multiplicado los dos miembros de la igualdad, Y EN EL MISMO LADO, A LA IZQUIERDA EN LOS DOS MIEMBROS (EL PRODUCTO NO ES CONMUTATIVO) por la inversa de A. Al multiplicar una matriz por su inversa el producto es la identidad y X queda despejada.** Ahora sólo queda hacer las operaciones

$$B - I = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}: \begin{cases} |A| = \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 3 - 8 = -5 \\ adjA = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -4 & -1 \end{pmatrix} \\ (adjA)^T = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \end{cases} \rightarrow \boldsymbol{A^{-1} = \frac{1}{-5}\begin{pmatrix} -3 & -4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}}$$

Y

$$\boldsymbol{X} = A^{-1}(B - I) \rightarrow X = \frac{1}{-5}\begin{pmatrix} -3 & -4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix} = -\boldsymbol{\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 31 & 13 \\ -5 & -6 \end{pmatrix}}$$

Se puede multiplicar por ***-1/5***, multiplicando a todos los términos de la matriz, pero también se puede quedar así, más cómodo a nuestro entender.

Ejemplo 3

En el conjunto de las matrices cuadradas, ¿Se puede afirmar la igualdad siguiente?

$$\boldsymbol{(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2}$$

Hacemos el producto:

$$(A + B)^2 = (A + B)(A + B) = AA + AB + BA + BB$$
$$= A^2 + AB + BA + B^2$$

Y la afirmación no es cierta porque

$$\boldsymbol{AB + BA \neq 2AB}$$

Puesto que el producto de matrices no es conmutativo.