

ECUACIONES LOGARÍTMICAS

El método general en estas ecuaciones es agrupar, aplicando las leyes de la función logarítmica, en un único logaritmo a la izquierda y en un único logaritmo a la derecha. Si en uno de los términos de la igualdad no hay logaritmos, aplicaremos la definición de logaritmo una vez que hallamos agrupado en un único logaritmo el otro miembro.

A veces nos interesará poner un número como el logaritmo de otro, eso lo haremos con la fórmula:

$$a = \log_b b^a \quad (\log_b b^a = a \log_b b = a)$$

Llamaremos al $\log_{10} x = Lx$ por comodidad

Ejemplo 1.

Resolver

$$2L(x - 1) - Lx = 2$$

Los factores de los logaritmos los “subimos” para tener sumas y restas de logaritmos y aplicar las propiedades:

$$L(x - 1)^2 - Lx = 2 \rightarrow L \frac{(x - 1)^2}{x} = 2 \rightarrow \frac{(x - 1)^2}{x} = 10^2$$

Donde para pasar a la ecuación remarcada en negrita hemos utilizado la definición de logaritmo.

La última ecuación ya no tiene logaritmos y podemos despejar la “x” tradicionalmente.

También, cuando hemos aplicado la definición de logaritmo, podíamos haber aplicado la fórmula de poner un número como el logaritmo de otro, como se ha dicho al principio:

$$L \frac{(x-1)^2}{x} = 2 = L10^2 \rightarrow \frac{(x-1)^2}{x} = 10^2$$

Llegando a la misma ecuación última sin logaritmos.

Ejemplo 2.

Resolver

$$\frac{1}{2}L(x-1) + Lx = 2 - L(x+1) \rightarrow$$

Subimos los factores y ponemos los números como el logaritmo de otro:

$$L(x-1)^{\frac{1}{2}} + Lx = L10^2 - L(x+1)$$

$$L(x-1)^{\frac{1}{2}} \cdot x = L \frac{10^2}{x+1} \rightarrow$$

$$(x-1)^{\frac{1}{2}} \cdot x = \frac{10^2}{x+1}$$

Y esta ecuación se resuelve ya con los métodos algebraicos normales pues ya no tiene logaritmos.

Evidentemente se pueden dar muchos más ejemplos y casos más difíciles pero las ideas que hemos intentado reflejar en estos breves apuntes son las fundamentales que nos deben guiar en muchos de ellos.