

FUNCIÓN EXPONENCIAL

DEFINICIÓN

La función exponencial más sencilla, que llamamos canónica, es de la forma

$$f(x) = y = a^x$$

Donde **el número "a" se llama BASE y es una constante positiva**. Se puede complicar si en el exponente aparecen funciones de x más complejas, pero, como creemos que podemos demostrar, es una función sencilla en nuestro nivel. Su dominio coincide con el dominio del exponente.

Antes de poder dibujarla, y para todos los cálculos en los que intervenga, es **absolutamente necesario conocer sus propiedades**. Son las siguientes

Propiedades de las potencias:

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$\sqrt[x]{a^y} = a^{\frac{y}{x}}$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$a^0 = 1$$

Donde $a > 0$

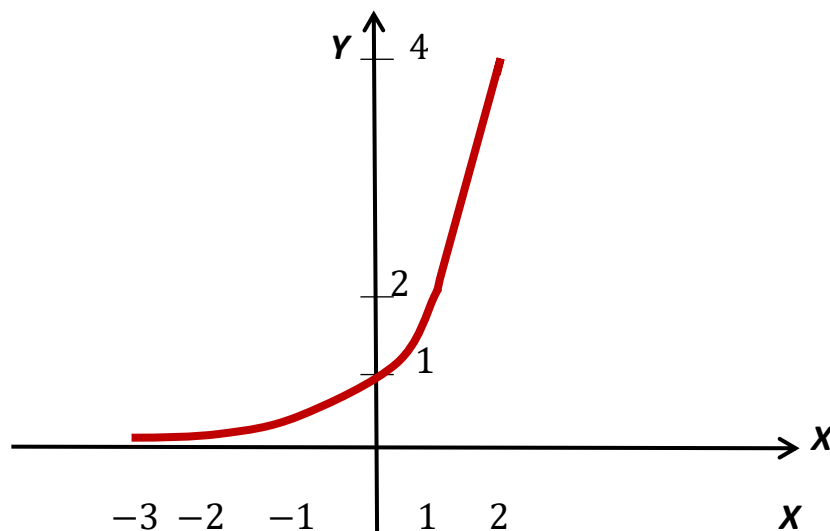
Dibujo de la función exponencial $y = 2^x$

Es una función sencilla si se le dan valores a "x" y se aplican las propiedades:

Tabla de valores

$x = -3$	$y = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
$x = -2$	$y = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$
$x = -1$	$y = 2^{-1} = \frac{1}{2}$
$x = 0$	$y = 2^0 = 1$
$x = 1$	$y = 2$
$x = 2$	$y = 4$

Creemos que no es muy difícil ver que esta función exponencial se va haciendo el doble a medida que aumentamos una unidad la variable. Si dibujamos estos puntos sobre los ejes coordenados



De la tabla (y de la figura también) podemos sacar algunas conclusiones sobre la función:

La primera que se ve es que **la función es siempre positiva**. Por muy negativo que sea el exponente ya hemos visto que el resultado es siempre positivo.

También se ve que a **medida que la variable x se hace más negativa, la función, la gráfica, se hace más y más pequeña, aunque positiva. También observamos que a medida que la variable se hace más grande la función se hace todavía mayor**. Estas dos ideas las podemos resumir diciendo:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$$

$$\forall a > 1$$

Sería interesante por parte del lector, dibujar la función y

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

de la misma manera comprobar las siguientes propiedades de la función exponencial si su base está entre cero y uno

$$\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \infty$$

$$\text{Si } 0 < a < 1$$