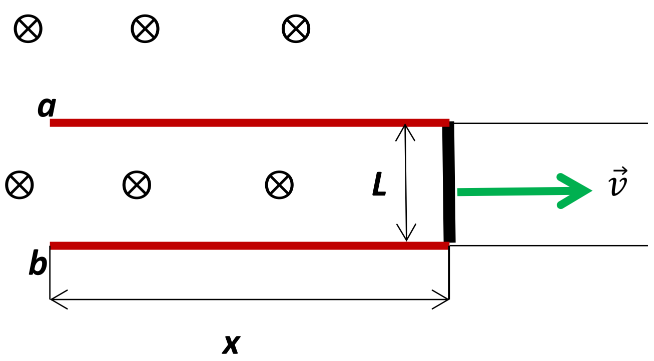
Producción de fuerzas electromotrices

VARIANDO LA SUPERFICIE (O LA DISTANCIA) DE LA ESPIRA

Ejemplo 1

Sea una varilla conductora de longitud L que se mueve dentro de un campo magnético $\vec{\beta}$, de módulo constante y dirección perpendicular al plano del papel y hacia dentro de él, tal como indica la figura. La varilla se mueve con velocidad v constante también, sobre los rieles también conductores A y B. Calcular la fuerza electromotriz que se genera entre los bornes a y b extremos de los rieles. Deducir el sentido de la corriente inducida y la fuerza que el campo magnético ejerce sobre la varilla.



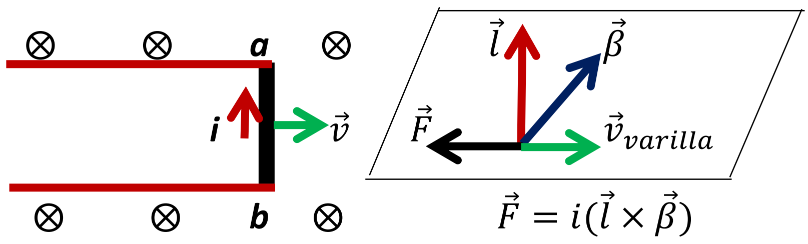
Podemos considerar el área formada por la varilla conductora y los dos rieles remarcados en rojo. El vector superficie, perpendicular a ella, lo elegimos del mismo sentido que el campo magnético (en principio esta elección es arbitraria al ser una superficie abierta). Vamos a calcular el flujo por ella:

$$\mathbf{\Phi} = \beta \cdot S \cdot cos\varphi = \beta \cdot xL \cdot cos0 = \boldsymbol{\beta x L}$$

Y, como vemos, depende de la variable ***x***, que es función del tiempo por estar moviéndose la varilla. La ley de la inducción nos da el valor de la fuerza electromotriz entre los extremos a y b que es la misma que entre los extremos de la varilla aproximadamente (conductores cuya resistencia se desprecia en nuestro caso)

$$\boldsymbol{E} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(\beta L x)}{dt} - \beta L \frac{dx}{dt} = -\boldsymbol{\beta L v}\ (voltios)$$

Para deducir el sentido de la corriente suponemos uno arbitrario, en nuestro caso hacia arriba. La fuerza que el campo magnético ejerce sobre la corriente tiene que ser en contra del movimiento de la varilla. Si con el sentido supuesto la fuerza magnética va en contra del movimiento, el sentido de la corriente es el adecuado. Si no, es el contrario.



Hemos supuesto que la corriente va desde ***b*** a ***a*** y, como observamos en la figura de la derecha, efectivamente, la fuerza que el campo ejerce sobre esa corriente es contraria al movimiento de la varilla y, por lo tanto, ese es el sentido de la corriente. Podemos decir ahora, con más rigor:

$$\boldsymbol{V_b - V_a = \beta L v}$$

También podíamos haber razonado de la siguiente manera:

Las cargas que lleva la varilla están moviéndose dentro de un campo magnético con velocidad v. Por lo tanto, la fuerza sobre la unidad de carga positiva será:

$$F(= E) = v \cdot \beta$$

Y en sentido, como antes, de ***b*** a ***a***. Si esta es la fuerza sobre la unidad de carga positiva podemos aplicar la definición de potencial para calcular la diferencia de potencial entre esos puntos:

$$V_a - V_b = -\int_b^a v\beta dl = -v\beta L \rightarrow$$

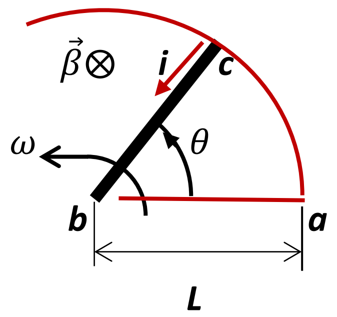
$$\boldsymbol{V_b - V_a = v\beta L}$$

Esta forma de calcular la diferencia de potencial la hemos visto en algunos textos, pero preferimos claramente la primera.

Ejemplo 2

Una varilla de longitud L gira dentro de un campo magnético β con velocidad angular ω (unidades en S.I.) como indica la figura. Calcular la diferencia de potencial entre sus extremos:

Pensamos en el siguiente modelo, donde las líneas rojas representan conductores.



El área formada por los puntos ***a, b y c*** es

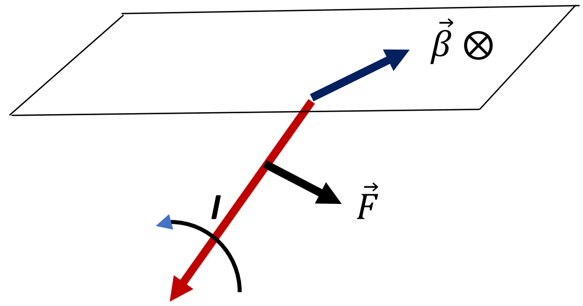
$$\begin{matrix} 2\pi\ Rd \rightarrow \pi R^2 \\ \theta \rightarrow A \end{matrix} \rightarrow \boldsymbol{A = \frac{1}{2}\theta L^2}$$

Y el flujo por ella

$$\emptyset = \frac{1}{2}\beta\theta L^2 \rightarrow$$

$$\varepsilon = -\frac{d\emptyset}{dt} = -\frac{1}{2}\beta L^2\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{2}\beta\omega L^2$$

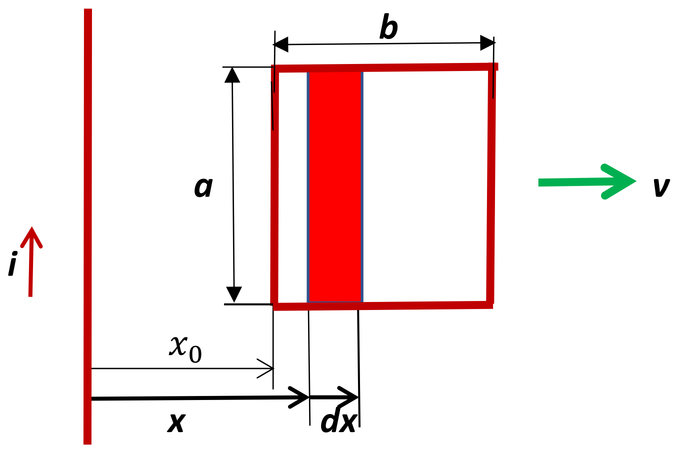
Donde el sentido de la corriente se puede deducir de cualquiera de las maneras ya indicadas. Por ejemplo, si elegimos el sentido indicado, en contra de las agujas del reloj, la fuerza magnética sería la indicada en la figura



Como la fuerza magnética va en contra de la rotación de la varilla, hemos acertado y el sentido de la corriente es el indicado.

Ejemplo 3:

Una espira rectangular se mueve dentro del campo magnético generado por un cable recto e indefinido por el que circula una corriente de intensidad i tal como indica la figura. Las dimensiones de la espira son a y b. Su velocidad v en el sentido indicado, todo en unidades del S.I. Calcular la fuerza electromotriz generada en la espira.



Para poder calcular la derivada del flujo magnético sobre la espira rectangular lo primero que tenemos que conocer, evidentemente, es el flujo. Dado que el campo magnético creado por el conductor indefinido depende de la distancia ***x*** lo primero que hemos hecho es coger una franja infinitesimal, en rojo y muy exagerada en tamaño, a una distancia cualquiera definida por la variable de la que depende el flujo, distancia ***x*** insistimos, porque siendo el campo magnético de valor constante en ella podemos calcular el flujo infinitesimal en esa franja, y después, integrando, calculamos el flujo total en esa posición. Esto se ha hecho, como se ve en la figura, **en una posición cualquiera de la placa x_0, que para el cálculo del flujo la supondremos constante.**

En la franja roja, que está a una distancia ***x*** del cable, el campo magnético es:

$$\beta = \frac{\mu_0 i}{2\pi x} \to \boldsymbol{d\emptyset = \beta \cdot ds = \frac{\mu_0 i}{2\pi x} a \cdot dx} \to$$

$$\emptyset = \int_{x_0}^{x_0+b} \frac{\mu_0 i}{2\pi x} a \cdot dx = \frac{\mu_0 ia}{2\pi} [Lnx]_{x_0}^{x_0+b} = \boldsymbol{\frac{\mu_0 ia}{2\pi} Ln(1 + \frac{b}{x_0})}$$

Y, como nos podíamos suponer, el flujo depende de la posición de la placa x_0 respecto del cable. Al moverse la placa, y variar por lo tanto esa distancia, se producirá en la espira una fuerza electromotriz que calculamos:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = -\frac{\boldsymbol{d\emptyset}}{\boldsymbol{dt}} = -\frac{\mu_0 ia}{2\pi} \frac{1}{1 + \frac{b}{x_0}} \left(-\frac{b \frac{dx_0}{dt}}{x_0^2} \right) \to$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = -\frac{\mu_0 ia}{2\pi} \frac{x_0}{x_0 + b} \left(-\frac{b}{x_0^2} \right) v = \boldsymbol{\frac{\mu_0 iab}{2\pi} \frac{1}{x_0(x_0 + b)} \quad V}$$

El sentido de la corriente será tal que la fuerza magnética sobre la espira sea en contra del movimiento. Se deja al lector deducir dicho sentido, se tiene que llegar a la conclusión de que la corriente sobre la espira es en el sentido de las agujas del reloj.

En todos estos problemas, una vez calculada la fuerza electromotriz, se calcula la intensidad aplicando la ley de Ohm.