PROBLEMAS CANTIDAD DE MOVIMIENTO.EXPLOSIONES. CHOQUES Y ENERGÍA

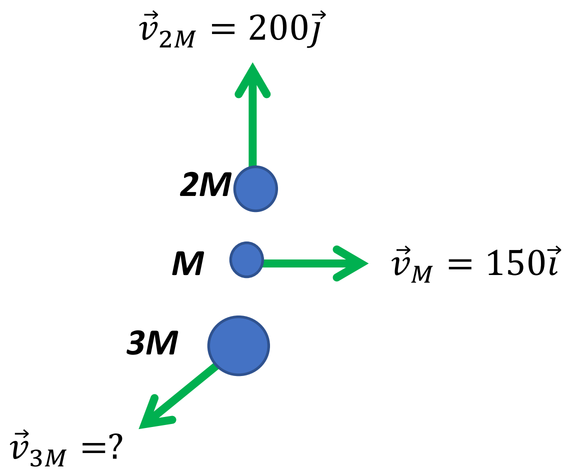
Ejemplo 1

Sobre un plano horizontal explota una granada inicialmente parada en tres partes de masa M, 2M y 3M. Las dos primeras salen en direcciones perpendiculares con velocidades de 150 m/s y 200 m/s respectivamente. Calcular la velocidad con la que sale despedida la masa 3M.

Se conserva la cantidad de movimiento en el plano de la explosión pues no hay fuerzas sobre ese plano.

$$\overrightarrow{\boldsymbol{p}_{\boldsymbol{\imath}}} = \mathbf{0}$$

$\overrightarrow{\boldsymbol{p}_{\boldsymbol{f}}}$:



$$\overrightarrow{p_f} = M \cdot 150\vec{\imath} + 2M \cdot 200\vec{\jmath} + 3M \cdot \vec{v}_{3M}$$

E igualando ambas cantidades de movimiento:

$$\vec{0} = 150M\vec{\imath} + 400M\vec{\jmath} + 3M\vec{v}_{3M} \rightarrow \boldsymbol{\vec{v}_{3M}} = -\frac{\mathbf{150}}{\mathbf{3}}\vec{\boldsymbol{\imath}} - \frac{\mathbf{400}}{\mathbf{3}}\vec{\boldsymbol{\jmath}}$$

Ejemplo 2

Una bala de 100 gr y con velocidad horizontal de 300 m/s se incrusta en un péndulo de 16 Kg que cuelga vertical de una cuerda de 3 metros de longitud. Calcular la velocidad del conjunto después del choque. ¿Hasta qué altura se eleva el conjunto y cuál es el ángulo θ que forma la cuerda con la vertical en ese momento?

Estado inicial **Estado final**

$v_{ib} = 300\,{}^{m}/_{s}$ $V_f?$

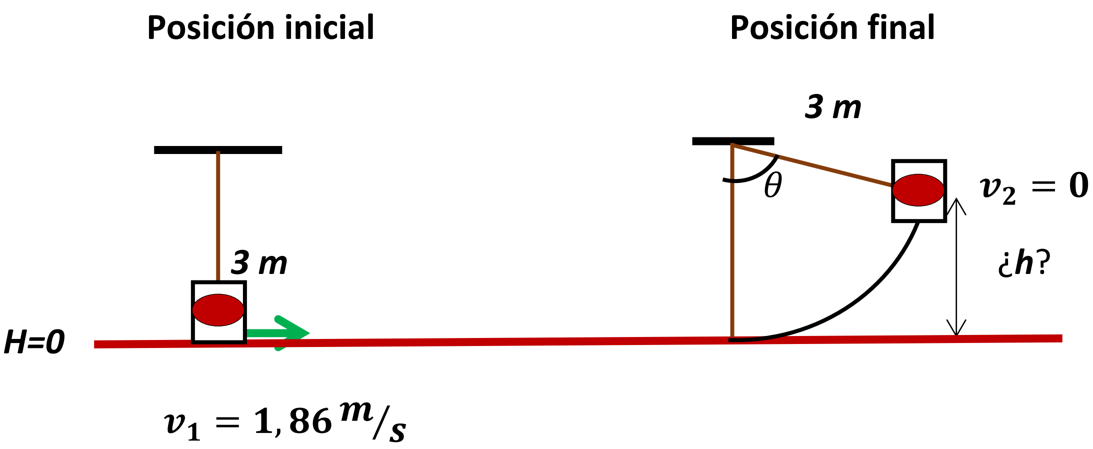
Las únicas fuerzas que actúan durante el choque son el peso del conjunto y la tensión de la cuerda, ambas verticales. Como las velocidades antes y después son horizontales y nos preguntan sobre la final del conjunto, que es también horizontal, utilizamos la conservación de la cantidad de movimiento sobre el eje horizontal ***X***, **ya que no hay fuerzas sobre este eje:**

$$\sum F_x = 0 \to p_x = cte \to \begin{cases} p_{xi} = 0{,}1 \cdot 300 \\ p_{xf} = (0{,}1 + 16)V_f \end{cases}$$

E igualando ambas cantidades:

$$30 = 16{,}1V_f \to \boldsymbol{V_f \cong 1{,}86\ {}^{m}/_{s}}$$

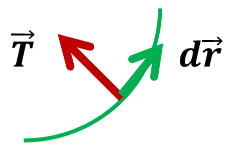
Para calcular el ángulo y la altura a la que llega estudiamos el conjunto entre la posición anterior, justamente después del choque con velocidad ya conocida, y la posición final, desconocida, pero de velocidad conocida (nula). **El teorema de la energía nos relaciona dos posiciones y sus velocidades y es lo que vamos a hacer**:



Aplicaremos el teorema del trabajo $W_{nc} = \Delta E_m$ entre las dos posiciones dibujadas

Para calcular el trabajo de las fuerzas no conservativas miramos primero, evidentemente, qué fuerzas actúan en una posición genérica. En nuestro caso dos fuerzas: el peso y la tensión. Por lo tanto:

$W_{nc} = W_T = 0$ Ya que el peso es conservativo y la tensión es perpendicular al desplazamiento en cada posición como se observa en la figura.



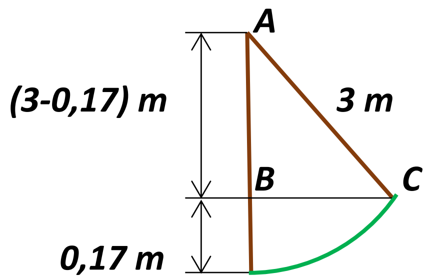
A continuación, calculamos la variación de la energía mecánica:

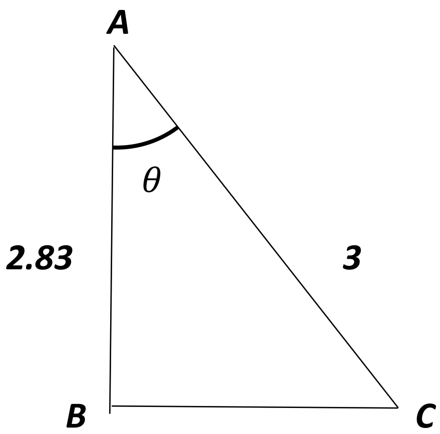
$$\Delta \boldsymbol{E_m} \rightarrow \begin{cases} E_{mi} = \dfrac{1}{2} 16{,}1 \cdot 1{,}86^2 = 27{,}85\, J \ (h = 0) \\ E_{mf} = 16{,}1 \cdot g \cdot h \ \ (v_2 = 0) \end{cases}$$

Aplicando el teorema:

$$0 = 161H - 27{,}85 \rightarrow h = 0{,}17\, m$$

Para calcular el ángulo θ miremos el dibujo y fijémonos en el triángulo ABC



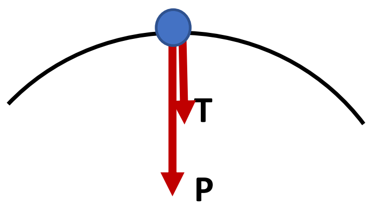


$$2{,}83 = 3cos\theta \rightarrow cos\theta = 0{,}94 \rightarrow \boldsymbol{\theta = arccos 0{,}94 = 19{,}38^{\circ}}$$

Ejemplo 3

En el problema anterior calcular la velocidad mínima que debería tener la bala para que, después del choque, el conjunto dé una vuelta completa sin que la cuerda se destense.

Sabemos de otros problemas (dinámica de la partícula, Leyes de Newton) que la tensión de una cuerda ha de ser positiva (en el sentido dibujado siempre, hacia su centro) por lo que arriba, en un giro de este tipo, la velocidad no puede ser tan pequeña como queramos para que el giro se dé realmente y el cuerpo no se "caiga". Recordamos brevemente el cálculo:

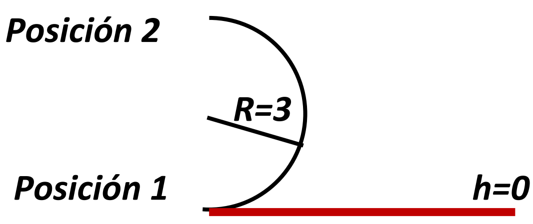


$$P + T = m\frac{v^2}{R} \rightarrow \boldsymbol{T = m\frac{v^2}{R} - mg \geq 0 \rightarrow v \geq \sqrt{Rg}}$$

En nuestro caso, el sistema de masa ***16,1 Kg*** gira con radio ***R=3 m***. Por lo tanto, la velocidad arriba debe de cumplir**:** $\boldsymbol{v \geq \sqrt{3g} = 5,48\ {}^{m}/_{s}}$

Si queremos que la masa tenga esa velocidad arriba, como mínimo, la velocidad abajo, **después del choque,** ha de ser:

Teorema del trabajo entre las posiciones 1 y2



$$\boldsymbol{W_{nc} = W_T = 0}$$

$$\Delta E_m: \begin{cases} \boldsymbol{E_{m1}} = \frac{1}{2} m {v_1}^2 = \boldsymbol{\frac{1}{2} 16,1 {v_1}^2} \ (h = 0) \\ \boldsymbol{E_{m2}} = \frac{1}{2} m {v_2}^2 + mgh = \frac{1}{2} 16,1 \cdot 5,48^2 + 16,1 \cdot 10 \cdot 6 = \boldsymbol{1207,74\, J} \end{cases}$$

Y aplicando el teorema $W_{nc} = \Delta E_m$ nos queda:

$$0 = 1207,74 - \frac{1}{2} 16,1 {v_1}^2 \rightarrow \boldsymbol{v_1 = 12,25\ {}^{m}/_{s}}$$

Y sabiendo la velocidad que el sistema tiene después del choque, sabemos la velocidad que debe tener el cuerpo de ***100*** gramos antes de chocar:

$$F_x = 0 \rightarrow p_x = cte \rightarrow \boldsymbol{p_{xi} = p_{xf}} \rightarrow 0,1 v_b = 16,1 \cdot 12,25$$

$$\rightarrow \boldsymbol{v_b = 1972,25\ {}^{m}/_{s}}$$