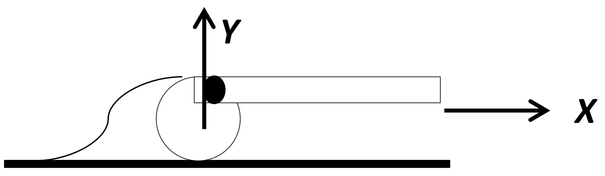
CANTIDAD DE MOVIMIENTO 2. RETROCESO. CAMBIO DE MASA

Ejemplo 1

Calcular la velocidad de retroceso de un cañón de 500 Kg de masa cuando dispara una bala de 5 Kg con una velocidad de 400 m/s en dirección horizontal.

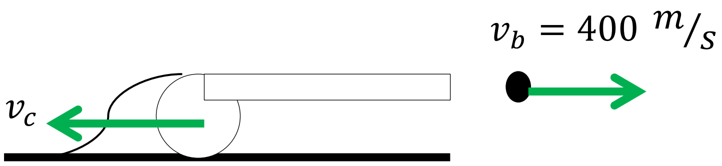
Sobre el eje ***Y*** vertical no hay movimiento ni antes ni durante ni después del disparo. Aplicamos la ley de la conservación de la cantidad de movimiento al eje ***X*** pues no hay fuerzas sobre él durante el disparo. Aunque las hubiera, fuerza de rozamiento…, estas fuerzas de valor concreto, conocido y "pequeño" no son capaces de variar p_x en el tiempo tan pequeño que dura el disparo.

Estado inicial



$$p_{ix} = 0$$

Estado final



$$p_{fx} = 5 \cdot (+400) + 500 \cdot v_c$$

Igualando ambas cantidades de movimiento:

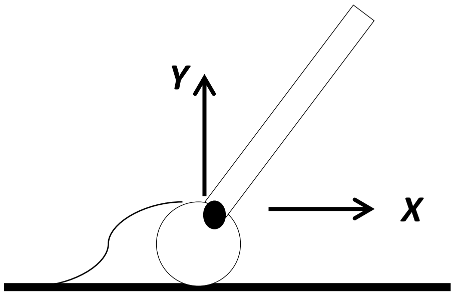
$$0 = 2000 + 500v_c \rightarrow \boldsymbol{v_c = -4\ {}^{m}/_{s}}$$

Se recalca la necesidad de poner sentido a las velocidades, aunque estemos trabajando sobre un eje. El valor negativo de la velocidad del cañón nos indica que su velocidad es hacia la izquierda.

Ejemplo 2

Mismo problema anterior pero la bala se dispara hacia arriba formando un ángulo de 60 grados con la horizontal.

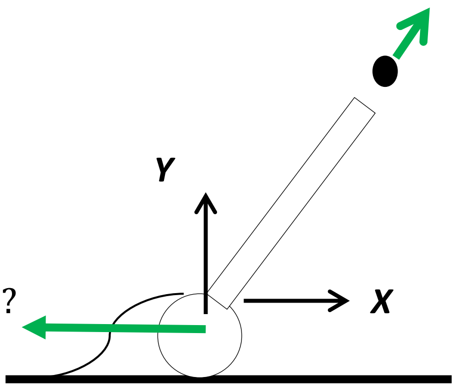
Estado inicial

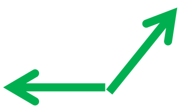


$$\overrightarrow{p_i} = 0$$

$$|\overrightarrow{v_b}| = 400\ {}^{m}/_{s}$$

Estado final v_c?





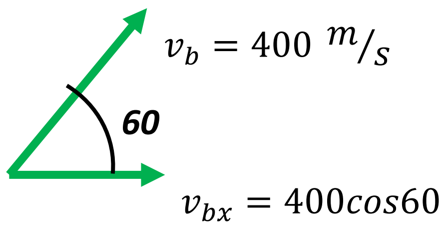
Como vemos, la cantidad de movimiento final es la suma de estos dos vectores y claramente no es cero. Por lo tanto, **NO se ha conservado $\vec{p}$.** Sabemos entonces que ha habido alguna fuerza "especialmente grande" que ha variado la cantidad de movimiento durante la explosión, en un tiempo muy pequeño. Como hemos dicho en la teoría, para nosotros este tipo de fuerzas sólo pueden ser dos: la normal o la tensión de una cuerda. En nuestro caso ha tenido que ser la normal y, efectivamente, lo podemos imaginar mejor si pensamos en la marca que sobre el suelo dejaría en este caso el disparo, intuitivamente mucho más profunda que en el problema anterior**. Sin embargo, para responder a la pregunta podemos considerar solamente el eje *X* sobre el cual estamos seguros de que no ha habido fuerzas "especiales" durante el disparo, conservándose entonces la cantidad de movimiento sobre ese eje.** Como veremos en más ejemplos de este tipo, si no se conserva la cantidad de movimiento total**, se conservará sobre alguno de los ejes y es la ley que aplicaremos.**

Decimos entonces:

$$\sum F_x = 0 \to p_x = cte$$

$$\to \begin{cases} \boldsymbol{p_{xi} = 0} \\ \boldsymbol{p_{xf}} = m_b v_{bx} + m_c v_{cx} = \boldsymbol{5 \cdot (+400cos60) + 500v_c} \end{cases}$$

Donde $v_{cx} = v_c$ puesto que es la única que tiene y la cantidad de movimiento de la bala sobre el eje ***X*** será igual a su masa por la componente horizontal de la velocidad



Igualando ambas cantidades:

$$0 = 1000 + 500v_c \to \boldsymbol{v_c = -2\ {}^{m}/_{s}}$$

Si estudiáramos el eje *Y* diríamos:

$$p_{yi} = 0;\ \ p_{yf} = m_b v_{by} + m_c v_{cy} = 5 \cdot 400sen60 + 0 = 1000\sqrt{3}$$

Y aplicando la ley del impulso:

$$(\sum F_y)\Delta t = \Delta p_y$$

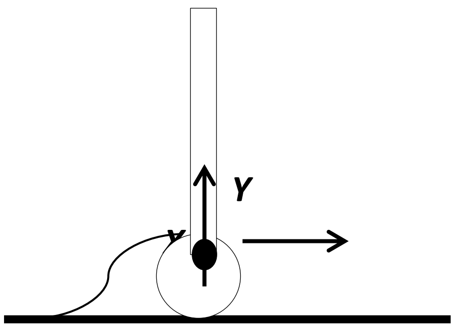
$$(N - P)\Delta t = 1000\sqrt{3} - 0$$

Donde, sobre el eje ***Y***, se ha cogido sentido positivo hacia arriba, el tradicional. Si alguna vez no se advierte se supone que se eligen los sentidos tradicionales como positivos. La última ecuación nos permitiría, por ejemplo, calcular la normal si conociéramos el tiempo que dura el disparo. Nótese que el peso que hay que poner en la última expresión es del sistema total, cañón más bala, pues siempre estudiamos el sistema de todas las masas para aplicar la ley de la cantidad de movimiento en este tipo de problemas, lo que claramente no significa que no podamos o queramos estudiar cada masa por separado, aunque normalmente no es necesario para contestar a las preguntas que se nos hacen.

Ejemplo 3

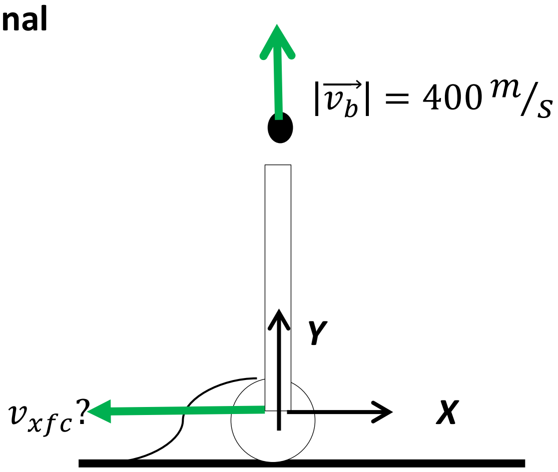
Mismo problema, pero ahora se dispara vertical hacia arriba. ¿Se conserva la cantidad de movimiento? Si no es así ¿qué fuerza produce tal variación? ¿Cuál es el módulo de esa fuerza si el tiempo que dura el disparo es una décima de segundo?

Estado inicial



$$\vec{p_i} = 0$$

Estado final



Claramente **No se ha conservado la cantidad de movimiento**. Antes del disparo todo está quieto, por lo tanto, la cantidad de movimiento inicial es cero. Después del disparo hay claramente una cantidad de movimiento hacia arriba, el de la bala, quedando el cañón quieto, como vamos a demostrar y sabemos intuitivamente.

Eje X:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow p_x = cte \rightarrow \begin{cases} p_{xi} = 0 \\ p_{xf} = m_c v_{xfc} + m_b v_{xfb} = 500 v_{xfc} + 0 \end{cases}$$

E igualando ambas:

$$0 = 500 v_{xfc} \rightarrow v_{xfc} = 0$$

Como nos podíamos imaginar.

Hemos estudiado el eje ***X***, aunque la contestación a la pregunta, el cálculo de la normal, que se hace proviene del estudio del **eje Y. La ley del impulso, aplicada al eje *Y es***

$$\left(\sum \boldsymbol{F_y}\right)\Delta \boldsymbol{t} = \Delta \boldsymbol{p_y}$$

Calculamos cada miembro por separado

$$\rightarrow \Delta \boldsymbol{p}_y \begin{cases} p_{yi} = 0 \\ p_{yf} = m_b v_{yfb} + m_c v_{yfc} = 5 \cdot 400 + 500 \cdot 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \left(\sum \boldsymbol{F}_y\right) \cdot \Delta \boldsymbol{t} = (N - P)\Delta t = (N - 5050)0{,}1$$

E igualando ambas expresiones:

$$(N - 5050)0{,}1 = 5 \cdot 400$$

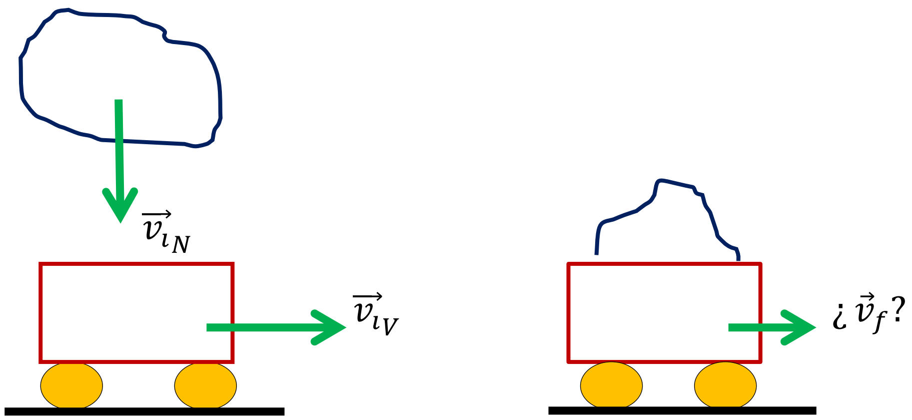
$$\boldsymbol{N = 25050\ N}$$

Valor mucho mayor que el peso del sistema.

Ejemplo 4

Un vagón de 1000 Kg de masa se mueve con velocidad de 20 m/s horizontal hacia la derecha cuando de repente le cae verticalmente y con velocidad de 50 m/s una masa de nieve de 600 Kg quedando el conjunto unido después de 1 segundo. Calcular la velocidad del conjunto después del impacto y el valor medio de la normal durante el mismo.

Estado inicial **Estado final**



Como se ve en la figura, la cantidad de movimiento inicial es un vector oblicuo (suma del vertical hacia debajo de la nieve y horizontal hacia la derecha del vagón) y la cantidad de movimiento final es un vector horizontal. Por lo tanto, **no se ha conservado la cantidad de movimiento**, han actuado fuerzas "especialmente" grandes que, al igual que en el problema anterior, han variado la cantidad de movimiento. Y, al igual que antes, esta fuerza ha sido la normal como vamos a ver en el cálculo.

Como antes, podíamos estudiar cada eje por separado, pero, para variar y apreciar la potencia del cálculo vectorial, vamos a hacerlo vectorialmente donde sólo aparece una ecuación y es, a nuestro entender, más sencillo.

$$\rightarrow \sum \vec{\boldsymbol{F}}\Delta \boldsymbol{t} = [(600+1000)g(-\vec{j}) + N\vec{j}]\cdot 1 = (\boldsymbol{-16000+N})\vec{\boldsymbol{j}}$$

$$\rightarrow \Delta\vec{\boldsymbol{p}} \begin{cases} \vec{p_i} = 600(-50\vec{j}) + 1000(20\vec{i}) \\ \vec{p_f} = (600+1000)\vec{V_f} = 1600V_f\vec{i} \;\; (\mathbf{1}) \end{cases}$$

Y aplicando la ley del impulso $\sum \vec{\boldsymbol{F}}\Delta \boldsymbol{t} = \Delta\vec{\boldsymbol{p}}$ nos queda:

$$(-16000+N)\vec{j} = 1600V_f\vec{i} - [-30000\vec{j} + 20000\vec{i}] =$$

$$(\boldsymbol{-16000+N})\vec{\boldsymbol{j}} = (\boldsymbol{1600V_f - 20000})\vec{\boldsymbol{i}} + \boldsymbol{30000}\vec{\boldsymbol{j}}$$

Planteada la ecuación vectorial **igualamos las componentes de ambos vectores:**

$$\begin{cases} \boldsymbol{0 = 1600V_f - 20000} \\ \boldsymbol{-16000 + N = 30000} \end{cases}$$

De donde despejamos:

$$\rightarrow \boldsymbol{V_f} = \frac{\boldsymbol{200}}{\boldsymbol{16}} = \boldsymbol{12,5}\ {}^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s}}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{N = 46000\ N}$$

(1). **La velocidad final del conjunto sólo puede ser horizontal**