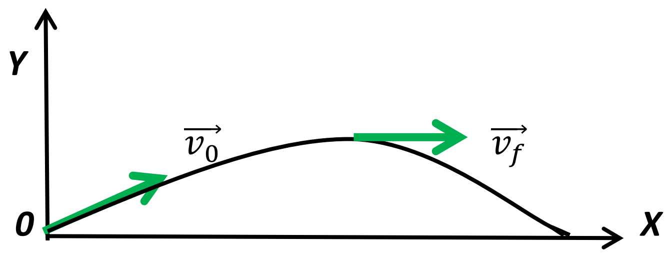
victor loza
ACADEMIA ONLINE

LEY DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO 1

La ley de la cantidad de movimiento se utiliza, sobre todo, en problemas de choques y explosiones. En estos dos ejercicios, sin embargo, son “más teóricos”, por decirlo de alguna manera.

Ejercicio 1

Una bola de 5 Kg de masa se lanza desde un plano horizontal con una velocidad de 20 m/s que forma 30 grados con la horizontal. Calcular la cantidad de movimiento o momento lineal en t=0 y en la cúspide de la trayectoria y su variación entre ambos. Calcular asimismo el impulso de las fuerzas exteriores (peso) entre esos dos instantes y comprobar la ley del momento lineal o cantidad de movimiento. (El impulso de las fuerzas exteriores es igual o se invierte en variar la cantidad de movimiento.)



En el origen *t=0*:

$$\vec{v_0} = 20cos30\vec{\imath} + 20sen30\vec{\jmath} = 10\sqrt{3}\vec{\imath} + 10\vec{\jmath}$$

$$\vec{p_0} = 5 \cdot \left(10\sqrt{3}\vec{\imath} + 10\vec{\jmath}\right) = 50\sqrt{3}\vec{\imath} + 50\vec{\jmath}$$

Arriba: La velocidad arriba es la componente horizontal de la velocidad horizontal (recordar problemas tiro parabólico)

$$\vec{v_f} = 10\sqrt{3}\vec{\imath}$$

$$\overrightarrow{p_f} = 5 \cdot 10\sqrt{3}\vec{\imath}$$

Y la variación de la cantidad de movimiento:

$$\Delta\vec{p} = 50\sqrt{3}\vec{\imath} - \left(50\sqrt{3}\vec{\imath} + 50\vec{\jmath}\right) \rightarrow \Delta\vec{\boldsymbol{p}} = -\mathbf{50}\vec{\boldsymbol{\jmath}}$$

Para calcular el impulso de las fuerzas exteriores (peso) nos hace falta calcular el tiempo entre ambas posiciones utilizando las leyes de la cinemática. Sabemos que en el punto más alto la velocidad es sólo horizontal:

Como $v_y = v_{0y} + at \rightarrow v_y = 10 - 10t = 0 \rightarrow t = 1\ s$

Siendo entonces el impulso del peso:

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t \rightarrow \vec{\boldsymbol{I}} = -\mathbf{50}\vec{\boldsymbol{\jmath}} \cdot \mathbf{1} = -\mathbf{50}\vec{\boldsymbol{\jmath}}$$

Comprobando la igualdad entre el impulso y la variación de la cantidad de movimiento que es la ley de la cantidad de movimiento

$$\vec{\boldsymbol{I}} = \Delta\vec{\boldsymbol{p}}$$

Ejemplo 2

Sobre un cuerpo de masa 3 Kg y con velocidad inicial $\vec{v}_i = 9\vec{\jmath}$ actúa una fuerza que depende del tiempo según $\vec{f} = 7t\vec{\imath}$. Calcular, aplicando la ley del Impulso, la velocidad que tendrá al cabo de 4 segundos.

Dado que **la fuerza es variable del tiempo utilizamos la forma integral de la ley del impulso:**

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{\boldsymbol{F}}\boldsymbol{dt} = \Delta\vec{\boldsymbol{p}}$$

Sustituyendo, nos queda:

$$\int_0^4 7t\vec{\imath}\,dt = 3\vec{v}(4) - 3\vec{v}(0) \rightarrow \boldsymbol{7\vec{\imath}\cdot\frac{t^2}{2}\Big]_0^4 = 3\vec{v}(4) - 3\cdot 9\vec{\jmath}}$$

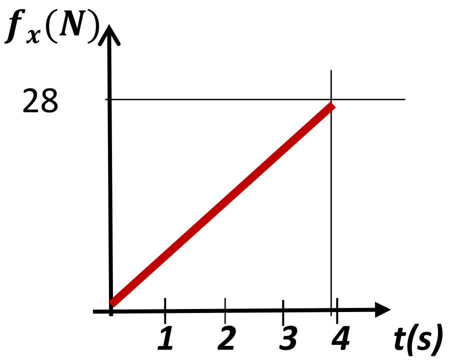
$$56\vec{\imath} + 27\vec{\jmath} = 3\vec{v}(4)$$

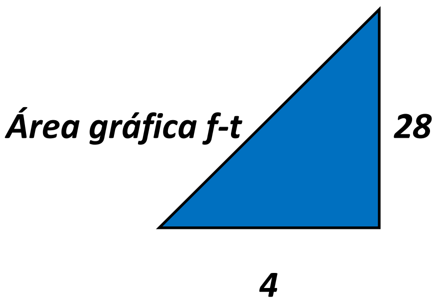
$$\rightarrow \boldsymbol{\vec{v}(4) = \frac{56}{3}\vec{\imath} + 9\vec{\jmath}}$$

El estudio siguiente conviene saberlo, pero, como se ha visto, el problema está ya resuelto y fácilmente. Más largo es el método siguiente pero las relaciones de las que en él se hablan son, insistimos, convenientes conocerlas.

El impulso de una componente, ***x, y o z,*** de una fuerza **es el área que la curva que representa a esa componente de la fuerza en función del tiempo forma con el eje de abscisas, que representa siempre a la variable** ***t***. Esta idea nos tiene que ser familiar si conocemos un poco lo que significa Integral. Veamos nuestro caso.

Dado que $\vec{f} = 7t\vec{\imath}$ vamos a calcular el módulo del impulso de la componente ***x*** de esa fuerza, su sentido será claramente $\vec{\imath}$. El impulso sobre los dos otros ejes es cero pues la fuerza no tiene componentes sobre ellos.





$$I_x = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}4\cdot 28 = 56$$

Por lo tanto:

$$\Delta p_x = I_x \rightarrow \boldsymbol{3v_x(4) - 3v_x(0) = 56}$$

Y como $v_x(0) = 0$ $(\vec{v}(0) = 9\vec{\jmath}\,)$

Nos queda:

$$\boldsymbol{v_x(4)} = \frac{\mathbf{56}}{\mathbf{3}}$$

Ahora debemos calcular la otra componente de la velocidad sobre el eje Y a los cuatro segundos. En este caso no nos hace falta un cálculo semejante al anterior porque v_y a los cuatro segundos será la misma que en el tiempo cero ya que I_y es cero $\left(f_y = 0\right)$ y no varía por ello la cantidad de movimiento sobre ese eje. Por lo tanto, $v_y = cte. = 9\vec{j}$

Concluimos diciendo entonces que

$$\vec{\boldsymbol{v}}(\mathbf{4}) = \frac{\mathbf{56}}{\mathbf{3}}\vec{\boldsymbol{i}} + \mathbf{9}\vec{\boldsymbol{j}}$$