

## TRES TIPOS DE PROBLEMAS DE SÓLIDO RÍGIDO

### ROTACIONES ALREDEDOR EJE FIJO

a) Suelen ser problemas con poleas y cuerdas de las que penden masas. Los momentos de las fuerzas, aunque a veces desconocidos, son constantes y producen una aceleración angular constante, aunque en un principio también desconocida. Para conocerla y resolver el problema se utiliza **siempre** la siguiente fórmula:

$$M_{eje} = I\alpha$$

Recordar también en estos problemas la relación

$$a_r = \alpha \cdot r$$

b) “Giros en caída libre”. En estos problemas la aceleración angular **no suele ser constante** porque tampoco lo son los momentos de las fuerzas. Para calcular la aceleración angular utilizamos la fórmula anterior en la posición que se pida. Sin embargo, **para calcular la velocidad angular utilizaremos el principio de la conservación de la energía** (en nuestros problemas se conservará la energía pues no habrá rozamiento en el eje). Tener en cuenta que la energía potencial de un sistema de partículas es

$$E_{potencial\ grav.} = M \cdot g \cdot H_{cm}$$

Donde  $H_{cm}$  es la **altura** respecto al nivel de altura elegida como cero **del centro de masas**.

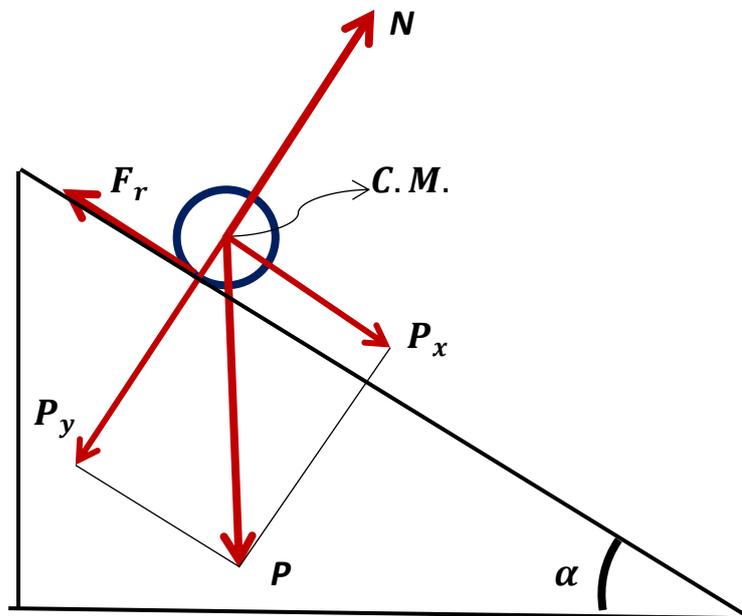
## CHOQUES Y EXPLOSIONES

Aplicaremos SIEMPRE la conservación del momento angular en sus dos formas, el de la partícula o el del sólido, según sean los cuerpos que aparezcan.

### RODADURAS LIBRES (no hay momentos de fuerzas exteriores)

Este tipo de problemas creemos que queda más claro con un problema, como todos, pero este ejemplo pone de manifiesto leyes importantes.

Sea un cuerpo de momento de inercia conocido (un cilindro, un aro...) que se deja rodar por un plano inclinado  $\alpha$  grados respecto a la horizontal. Vamos a calcular la aceleración angular con la que rueda y la aceleración del centro de masas.



Lo primero que hacemos es estudiar al sólido como si fuera una **partícula concentrada en su centro de masas**. Como el C.M. está **trasladándose** en línea recta aplicamos las pautas comentadas en la dinámica de traslación de una partícula:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N = P_y \rightarrow N = mg \cos \alpha \quad (1)$$

$$\sum F_x = M \cdot a_{cm} \rightarrow Mg \sin \alpha - F_r = Ma_{cm} \quad (2)$$

Con la primera ecuación tenemos el valor de la normal. La segunda contiene dos incógnitas, la aceleración del centro de masas y la **fuerza de rozamiento que no es igual a  $\mu N$  pues no hay DESLIZAMIENTO**. La fuerza de rozamiento es de tipo estático y no toma valor fijo, se “amolda” a las condiciones, mientras no se supere su valor máximo. Para resolver el problema nos hace falta, por lo tanto, otra ecuación que proviene de la **rotación** respecto del centro de masas:

$$M_{cm} = I_{cm} \alpha$$

En nuestro caso, la única fuerza que produce momento respecto del **C.M.** es la fuerza de rozamiento (la normal y el peso están apoyadas sobre líneas rectas que pasan por el centro de masas y por lo tanto su momento respecto de él es cero –D, el “brazo” de la fuerza es cero–). Por lo tanto:

$$F_r \cdot R = I_{cm} \alpha \quad 3a$$

Y dado que

$$a_{CM} = \alpha \cdot R \rightarrow \alpha = \frac{a_{CM}}{R}$$

Sustituyendo en **3a** Llegamos a la ecuación **(3)** que nos permiten resolver el problema

$$F_r \cdot R = I_{CM} \cdot \frac{a_{CM}}{R} \quad (3)$$

Como se ve, las ecuaciones **(2) y (3)** forman un sistema con dos incógnitas, fuerza de rozamiento y aceleración del centro de masas.

Una vez calculada la fuerza de rozamiento, no olvidar que esta tiene un valor máximo  $\mu_e N$ . Por lo tanto, para que se produzca la rodadura, ha de cumplirse que la fuerza de rozamiento calculada con las ecuaciones **(2) y (3)** sea menor que  $\mu_e N$ . Si no es el caso se producirá rodadura con deslizamiento (ver problemas).