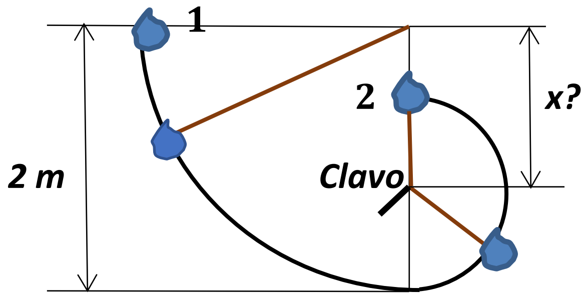
***Ejemplo 1***

***Una cuerda de 2 metros de longitud sostiene un cuerpo de 4 Kg estando el conjunto en horizontal. Se deja el sistema caer y cuando llega a la vertical se encuentra con un clavo a una distancia X del centro de giro tal como indica la figura. Calcular el valor mínimo de X para que el cuerpo complete una vuelta completa.***




***Radio de giro R=2-x***

(Después de chocar con el clavo)

Como sabemos, en la parte más alta de un giro vertical de un cuerpo agarrado a una cuerda la velocidad no puede ser tan pequeña como queramos porque el cuerpo se "cae" (para que se diera el giro con una velocidad "pequeña", arriba la tensión tendría que ser negativa, en sentido contrario al dibujado, hacia arriba, pero ese esfuerzo no lo puede hacer una cuerda). De problemas anteriores $\boldsymbol{v} \geq \sqrt{\boldsymbol{Rg}}$ .

En nuestro caso, en el punto ***2***:

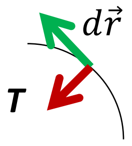
$$R = 2 - x \rightarrow \boldsymbol{v_2} \geq \sqrt{(\boldsymbol{2} - \boldsymbol{x}) \cdot \boldsymbol{10}}\ (1)$$

La velocidad en el punto ***2*** la calculamos, como no, con el teorema de la energía aplicándolo entre los puntos ***1*** y ***2***:

$$\boldsymbol{W_{nc}} = \Delta \boldsymbol{E_m}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{W_{nc}} = W_{tensión} = \mathbf{0}$$

Dado que la tensión es perpendicular al desplazamiento en cada posición




$$\rightarrow \Delta \boldsymbol{E_m} = \begin{cases} \boldsymbol{E_{m1}} = mgh\ (v=0) = 40 \cdot 2 = \mathbf{80}\ \boldsymbol{J} \\ \boldsymbol{E_{m2}} = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = \mathbf{2}\boldsymbol{v_2}^{\mathbf{2}} + \mathbf{40 \cdot 2(2-}\boldsymbol{x}\mathbf{)}\ \boldsymbol{J} \end{cases}$$

Y Aplicando el teorema

$$2{v_2}^2 + 40 \cdot 2(2-x) - 80 = 0 \rightarrow \boldsymbol{v_2}^{\mathbf{2}} = \mathbf{40(}\boldsymbol{x}\mathbf{-1)}$$

No olvidarse de lo que queremos: para que no se destense la cuerda en el punto más alto se tiene que cumplir la restricción ***(1)***

$$\boldsymbol{v_2^2} \geq \mathbf{(2-}\boldsymbol{x}\mathbf{)10}$$

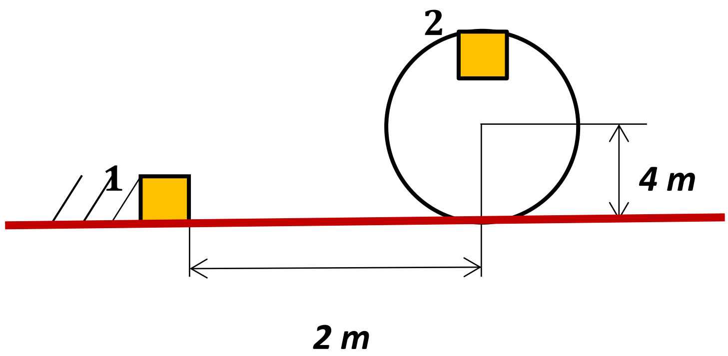
Por lo tanto:

$$40(x-1) \geq (2-x)10$$

$$\boldsymbol{x} \leq \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{5}}\ \boldsymbol{m}$$

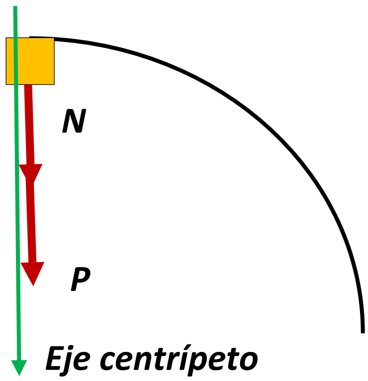
*Ejemplo 2*

***Una masa de 2 Kg descansa sobre una superficie horizontal comprimiendo un muelle de K=10000 N/m 50 cm. A dos metros se encuentra la circunferencia de radio 4m tal como indica la figura. En la superficie horizontal el coeficiente de rozamiento dinámico vale 0,3. Calcular la normal y la velocidad en el punto 2, cúspide de la circunferencia.***




Para calcular la normal en el punto A aplicamos las leyes de newton, teniendo en cuenta que se trata de una rotación:

**Fuerzas:**



**Descomposición eje centrípeto:**

Las dos fuerzas van ya sobre el eje centrípeto

**Aplicación de las leyes:**

$$\sum F_c = m\frac{v^2}{R} \rightarrow P + N = m\frac{v^2}{R} \rightarrow 20 + N = 2\frac{v^2}{4}$$

$$\boldsymbol{N = \frac{1}{2}v^2 - 20}$$

Y, como ya nos ha pasado en otros problemas, vemos que depende de la velocidad y, para calcularla, aplicamos el teorema de la energía entre 1 y 2:

$$\boldsymbol{W_{nc} = \Delta E_m}$$

$$W_{nc} = W_{fr} + W_N = W_{fr} \quad (N \perp desplazamiento)$$

$$W_{fr} = f_r \cdot d \cdot cos180 = 0{,}3 \cdot 20 \cdot 2 \cdot cos180 = -12\,J$$

$$\Delta E_m = \begin{cases} E_{m1} = \frac{1}{2}kx^2\ (v = 0, h = 0) \rightarrow E_{m1} = \frac{1}{2}10000 \cdot 0{,}5^2 = 1250\,J \\ E_{m2} = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = 20 \cdot 8 + \frac{1}{2}2v^2 \end{cases}$$

Y aplicando el teorema:

$$-12 = 160 + v^2 - 1250 \rightarrow v^2 = 1078$$

Que sustituyendo en la ecuación (1) nos da el valor de la normal:

$$N = \frac{1}{2}v^2 - 20 = \frac{1}{2}1078 - 20$$

$$\boldsymbol{N = 519\,N}$$

*Ejemplo 3*

***En el problema anterior, calcular la mínima deformación del muelle para que la masa no se despegue en el punto A.***

Sabemos ya por otros problemas que si la velocidad es suficientemente pequeña el cuerpo se cae antes de llegar arriba del rizo. Esto es debido a que para esas velocidades tan pequeñas la normal ha de ser negativa (sentido contrario al dibujado) para describir el círculo, pero eso sabemos que es imposible.

Arriba:

$$P + N = m\frac{v^2}{R} \rightarrow N = 2\frac{v^2}{4} - 20 \geq 0 \rightarrow v^2 \geq 40$$

Para que la velocidad supere ese valor tenemos que comprimir el muelle una cantidad mínima. Aplicamos teorema del trabajo:

$$W_{fr} = f_r \cdot d \cdot cos180 = 0{,}3 \cdot 20 \cdot 2 \cdot cos180 = -12\ J$$

$$\Delta E_m = \begin{cases} E_{m1} = \frac{1}{2}kx^2\ (v = 0, h = 0) \rightarrow E_{m1} = \frac{1}{2}10000 \cdot x^2 \\ E_{m2} = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = 20 \cdot 8 + \frac{1}{2}2v^2 \end{cases}$$

Aplicando el teorema:

$$-12 = 160 + v^2 - 5000x^2 \rightarrow \boldsymbol{v^2 = 5000x^2 - 172}$$

Como $v^2 \geq 40 \rightarrow$

$$5000x^2 - 172 \geq 40 \rightarrow \boldsymbol{x \geq 0{,}20\ m}$$