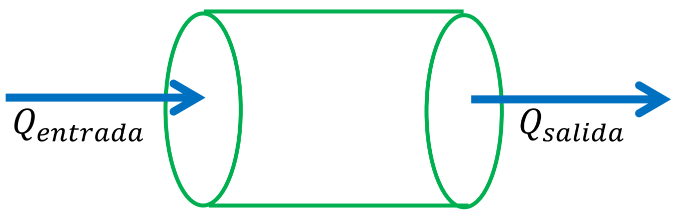
TEOREMA DE GAUSS:

CAMPOS CREADOS POR PLANOS Y PLACAS INFINITAS, HILOS Y CILINDROS INFINITOS Y ESFERAS.

Introducción

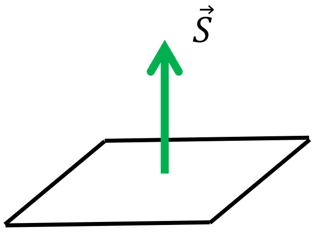
Veamos un ejemplo familiar pero que encierra la misma idea y que nos puede ayudar a entender mejor el teorema. Sea la tubería de la figura en cuyo interior no hay fuentes de producción de agua (no hay "grifos" ni "sumideros"). En la figura se representa el caudal de entrada, $Q_{entrada}$, y el caudal de salida, Q_{salida}, en unidad de volumen por unidad de tiempo.



Evidentemente la cantidad de agua que entra por la izquierda es la misma que la que sale por la derecha en la unidad de tiempo (recordar que en el interior de la tubería no hay fuentes ni sumideros de agua) y los vectores que representan el caudal son iguales. Vamos a definir una magnitud matemática que nos permita, según sea su valor, saber si dentro de la tubería hay "productores" de caudal o no. Esta magnitud la vamos a llamar **flujo en una superficie** y se define de la siguiente manera:

Vector superficie:

Una superficie, además de las unidades de superficie que definen su tamaño, se puede comportar de distinta manera según esté orientada. La vela de un barco, por ejemplo, no recoge la misma fuerza del viento según se ponga, según su dirección. Por eso se define el vector superficie, $\vec{S}$, como se muestra:

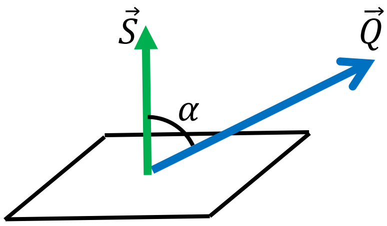


Vector superficie$\vec{S}$: perpendicular a

La Superficie y de módulo el valor

De su área (en m^2)

Si por esa superficie "pasa" una cantidad de agua o viento o cualquier característica vectorial definida por el vector $\vec{Q}$

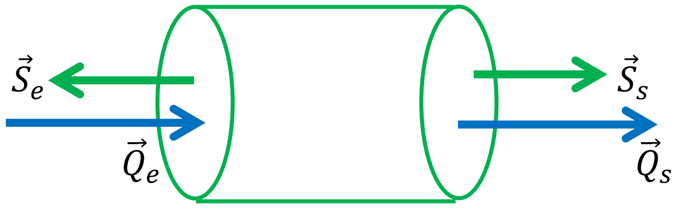


Se define el flujo ∅ del vector $\vec{Q}$ a través de la superficie $\vec{S}$ como el producto escalar de ambos vectores:

$$\emptyset = \vec{Q} \cdot \vec{S} = |\vec{Q}| \cdot |\vec{S}| \cdot \cos\alpha$$

Si el ángulo que forman es 90 el flujo será cero porque realmente no entra ni sale nada hacia adentro o hacia afuera de la superficie pues el vector $\vec{Q}$ pasa "de perfil" por la superficie. Imaginemos que el vector $\vec{Q}$ representa la dirección del aire y la superficie es una vela como hemos comentado antes. Si el ángulo es 90 el flujo será cero y el aire no moverá la vela pues pasa de "perfil" por ella.

Si la superficie es cerrada convenimos que **el vector superficie va siempre hacia afuera** y de esta manera podemos distinguir el flujo de entrada que será negativo del flujo de salida que será positivo. Veámoslo con el ejemplo de la tubería:



Flujo de entrada: $\emptyset_e = \boldsymbol{Q_e \cdot S \cdot cos180 = -Q \cdot S}$

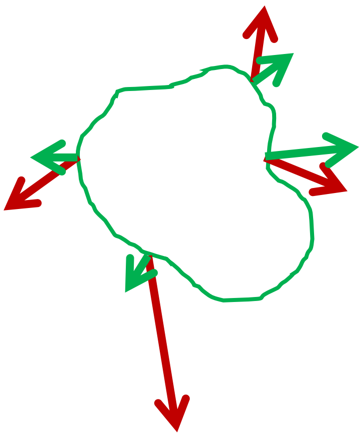
Flujo de salida: $\emptyset_s = \boldsymbol{Q_s \cdot S \cdot cos0 = Q \cdot S}$

Donde, como hemos dicho antes, al no haber fuentes en el interior de la tubería los vectores Q son iguales. Por lo tanto, vemos en este ejemplo que **el flujo total es cero porque lo que entra es igual a lo que sale por no haber fuentes de producción de agua en el interior.** El teorema de Gauss diría en este caso que **si la suma de los flujos NO ES CERO es porque hay una fuente de producción de agua en el interior de esa tubería**.

Hemos intentado con este ejemplo explicar dos cosas importantes:

Primero la definición de flujo por una superficie y segundo que, cuando dentro de una tubería, superficie cerrada, no hay fuentes de producción de agua el flujo total es cero. Se ha pretendido con ello que el teorema de Gauss del que vamos a hablar ahora no nos parezca tan abstracto. Veamos la misma idea aplicada a las cargas, lo que constituye el teorema de Gauss.

Sea una superficie cerrada cualquiera como la de la figura



En cuyos puntos puede haber un campo eléctrico representado por los vectores **rojos** de la figura. Los vectores **verdes** representan los vectores superficie, perpendiculares a ella en cada punto y hacia afuera como hemos quedado. Para calcular el flujo a través de esa superficie calculamos los flujos infinitesimales de cada vector campo eléctrico sobre la superficie infinitesimal en donde están aplicados (esto es necesario porque la superficie no es plana y hemos de dividirla en "cuadraditos" que sí lo son). El flujo total será la suma de todos los "flujitos", o sea su integral.

El teorema de Gauss nos dice que si el flujo total no es cero es porque hay productores de campo eléctrico, cargas eléctricas, en su interior (igual que en la tubería de la que hemos hablado). La fórmula expresa la dependencia entre el flujo total en una superficie cerrada y la carga en su interior:

$$\emptyset = \int \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{interior}}{\varepsilon}$$

Fórmula que representa al teorema de Gauss

Veamos en el capítulo siguiente con varios ejemplos como se utiliza para calcular campos eléctricos producidos por:

a) planos o cortezas planas infinitas
b) hilos o cilindros infinitos
c) Bolas