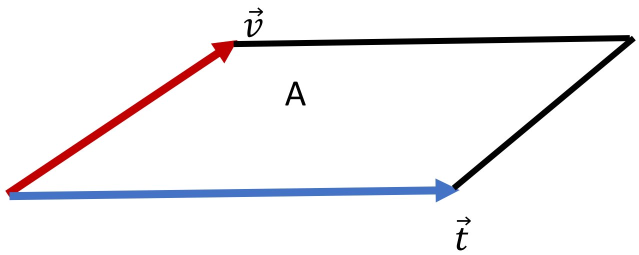
victor loza
ACADEMIA ONLINE

# ÁREAS Y VOLUMENES

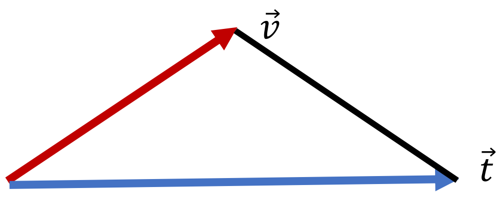
Vamos a ver las fórmulas que nos permiten deducir el área del triángulo formado por dos vectores (o tres puntos), el área del paralelogramo formado por dos vectores. El volumen del paralelepípedo formado por tres vectores libres y el del tetraedro que forman. No creemos que las demostraciones, que provienen de las propiedades del producto vectorial y mixto, sobre todo, nos ayuden mucho en este nivel, teniendo en cuenta además la cantidad de asignaturas que hay que estudiar. Pues eso, nos aprendemos las fórmulas:

## ÁREAL DEL PARALELOGRAMO FORMADO POR DOS VECTORES




$$\boldsymbol{A = |\vec{v} \times \vec{t}|}$$

## ÁREA DEL TRIÁNGULO FORMADO POR DOS VECTORES




$$\boldsymbol{A = \frac{1}{2}|\vec{v} \times \vec{t}|}$$

**VOLUMEN DEL PARALELEPÍPEDO FORMADO POR TRES VECTORES**

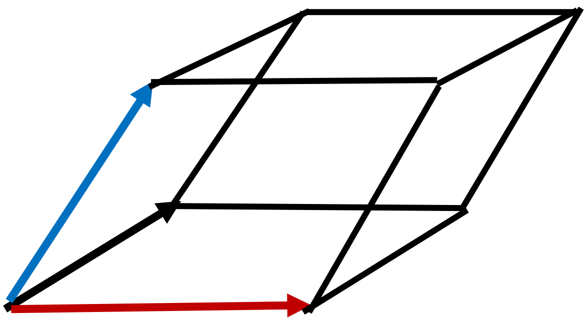
El volumen del paralelepípedo formado por tres vectores viene dado por el módulo del producto mixto:

Se recuerda que el producto mixto de tres vectores se define como

$$[\vec{v}, \vec{t}, \vec{r}] = \vec{v} \cdot (\vec{t} \times \vec{r}) = \begin{vmatrix} v_x & v_y & v_z \\ t_x & t_y & t_z \\ r_x & r_y & r_z \end{vmatrix}$$

Siendo $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ $\vec{t} = (t_x, t_y, t_z)$ $\vec{r} = (r_x, r_y, r_z)$

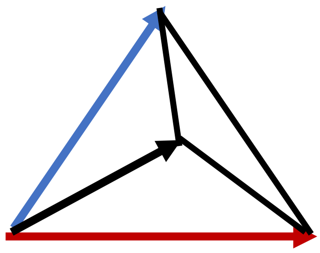
Y coincide, en valor absoluto, con el volumen del paralelepípedo:



$$\boldsymbol{V} = |[\vec{\boldsymbol{v}}, \vec{\boldsymbol{t}}, \vec{\boldsymbol{r}}]|$$

## VOLUMEN DEL TETRAEDRO FORMADO POR TRES VECTORES

El volumen del tetraedro formado por los tres vectores de la figura es la sexta parte del anterior (se demuestra que en el paralelepípedo caben seis tetraedros)



Por lo tanto, su volumen viene dado por:

$$\boldsymbol{V = \frac{1}{6}[\vec{v}, \vec{t}, \vec{r}]}$$