

PARÁBOLA

Se define la parábola como el lugar geométrico de los puntos que equidistan de un punto fijo, llamado foco, y de una recta llamada directriz.

Veamos un ejemplo general y después haremos un resumen con las cuatro parábolas más típicas, horizontales y verticales con vértice en el origen de coordenadas.

Hallar la ecuación de una parábola de foco $F(x_c, y_c)$ y directriz $r \equiv ax + by + c = 0$

Si un punto genérico $P(x, y)$ pertenece a la parábola ha de cumplir, según la definición que se ha dado:

$$d(PF) = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}$$

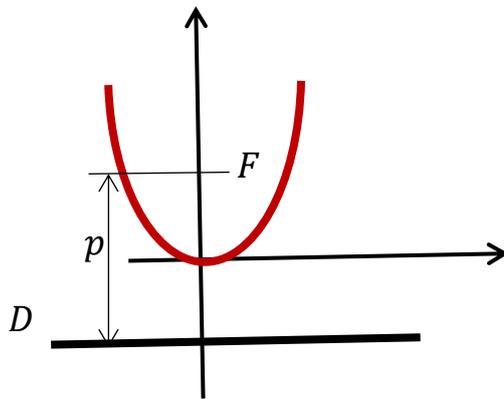
$$d(P, r) = \left| \frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

Y dado que, por definición, ambas distancias tienen que ser iguales

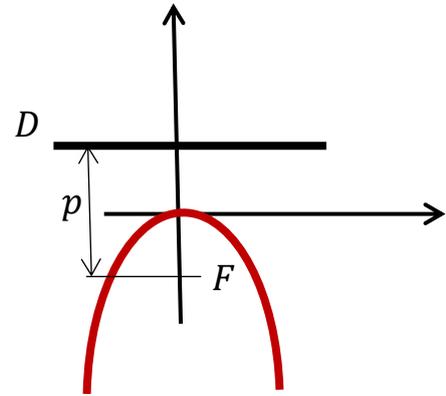
$$\sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2} = \left| \frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

Siendo esta la ecuación de una parábola cualquiera y que, en algunos exámenes, se puede exigir. Sin embargo, como se ha dicho, vamos a ceñirnos a las más típicas, aquellas cuyo foco está en el origen de coordenadas y la directriz es horizontal o vertical.

Parábolas verticales:

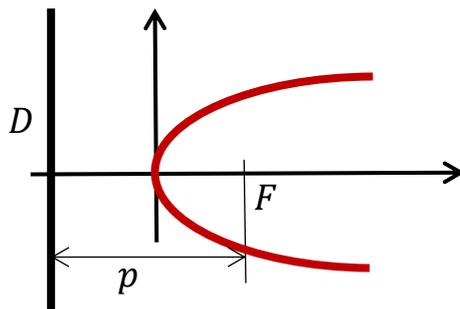


$$y = 2px^2$$

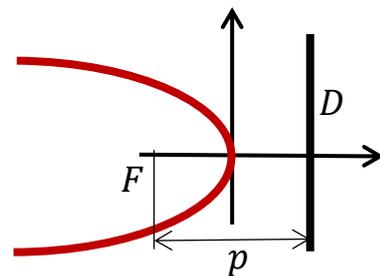


$$y = -2px^2$$

Parábolas horizontales



$$x = 2py^2$$



$$x = -2py^2$$

En todas las fórmulas anteriores el origen de coordenadas es el centro de simetría. Si dicho centro de simetría pasa a ser el punto (a, b) en todas las fórmulas anteriores donde aparece x tendremos que poner $x - a$ y donde aparece y tendremos que poner $y - b$. Esto es general para las cuatro cónicas. En la siguiente lección vemos ejemplos sobre esto.