victor loza
ACADEMIA ONLINE

INDETERMINACIONES

Así como la función

$$y = 4x - 8$$

Toma el valor de cero***, y=0,*** para ***x=2*** y podemos decir que

$$\lim_{x\to 2} 4x - 8 \ = 0$$

Hay otras expresiones, como el cociente de dos números muy pequeños, que dan distintos valores según la expresión de la que se trate. Las llamamos indeterminaciones. Pero, además de la indeterminación 0/0, hay más:

.

Ejemplo 1

Sea la función

$$\boldsymbol{y = \frac{2x^2 + 3}{4x^2 + 6}}$$

Nos preguntamos si esa función se acercará a algún valor fijo a medida que la variable se hace muy, muy grande, con valor positivo. O muy, muy grande, con valor negativo.

Supongamos que la variable se hace muy grande, diremos que tiende **a más infinito**. Entonces el numerador se hace muy grande, infinito, y el denominador también. ¿Cuál es entonces su cociente? ¿Se acerca a algún valor dado la función?

Más adelante, en la lección de resolución de límites, veremos cómo se resuelven esta y las demás, pero por ahora sólo nos interesa saber que **es otra indeterminación** y cuál es la idea. Para nuestro nivel, y por las mismas razones, hay dos más. En total son cuatro:

victor loza
ACADEMIA ONLINE

INDETERMINACIONES

$$\frac{\mathbf{0}}{\mathbf{0}} \quad \frac{\infty}{\infty} \qquad \mathbf{1}^{\infty} \qquad \infty - \infty$$

Por supuesto, Hay otras expresiones que no están indeterminadas, como

$$\lim_{x \to 2} 4x - 8 \ = 0$$

Pero que son más "complicadas". Como en el ejemplo siguiente

Ejemplo 2

Sea la función

$$\boldsymbol{y = \frac{x}{x-1}}$$

El denominador se anula para ***x=1***. Por lo tanto, la función **NO EXISTE PARA *X=1*** y su dominio es

$$\boldsymbol{D = R \setminus \{1\}}$$

En los casos anteriores, y en la lección anterior, tanto numerador como denominador valían cero para el valor al que tendía la "x". Pero en este caso, el numerador se acerca a uno y el denominador a cero.

¿Qué pasa, en este caso, si nos acercamos a *x=1?*

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y = \frac{x}{x-1}}$
X=0.9999999	Y=-999999,99
X=1.0000001	Y=10000000

Parece que el cociente se va haciendo cada vez más grande en valor absoluto. Si además nos imaginamos la situación, **vemos que el**

numerador va a tender a uno mientras que el denominador va a tender a cero. El denominador va a ser un número muy pequeño, a veces positivo, si x se acerca a uno, pero siendo mayor, o a veces negativo si x se acerca a uno pero siendo más pequeño. Pero SIEMPRE el cociente de un número cualquiera fijo entre un número muy, muy pequeño, va a ser un número muy, muy grande, positivo o negativo. Diremos entonces que el cociente de un número entre "cero", un número muy pequeño, es más o menos infinito, PERO NO ESTÁ INDETERMINADO. NO ES UNA INDETERMINACIÓN.

Expresiones como esta, no indeterminadas, pero que nos pueden dar lugar dudas son:

DETERMINACIONES

$$\frac{\boldsymbol{a}}{\infty} = \mathbf{0};$$

$$\frac{\infty}{\boldsymbol{a}} = \infty;$$

$$\frac{\mathbf{0}}{\boldsymbol{a}} = \mathbf{0};$$

$$\frac{\boldsymbol{a}}{\mathbf{0}} = \pm\infty\ (\boldsymbol{límites\ laterales})$$

$$\boldsymbol{a}^{\infty} = \infty\ \boldsymbol{si}\ \boldsymbol{a} > \mathbf{1};$$

$$\boldsymbol{a}^{\infty} = \mathbf{0}\ \boldsymbol{si}\ \mathbf{0} < \boldsymbol{a} < \mathbf{1};$$

$$\mathbf{0}^{\infty} = \mathbf{0}$$

EN ESTAS EXPRESIONES CUANDO SE PONE CERO, SE QUIERE DECIR "ALGO QUE TIENDE A CERO" PERO NO ES CERO. LO MISMO OCURRE CON INFINITO. INFINITO NO ES UN NÚMERO Y, POR LO TANTO, CUANDO

APARECE EN IGUALDADES COMO ESTAS SIGNIFICA “UN NÚMERO MUY GRANDE”.

Pasamos a la tercera lección donde, ya conociendo las ideas de las dos lecciones anteriores, pasamos a describir cómo se resuelven y se calculan los límites. La verdad que en este nivel no tenemos muchos instrumentos, por eso vamos a tener que aprender muy bien cómo se resuelve cada una de ellas. **Los métodos dependen del tipo de indeterminación y no tiene más misterio**.