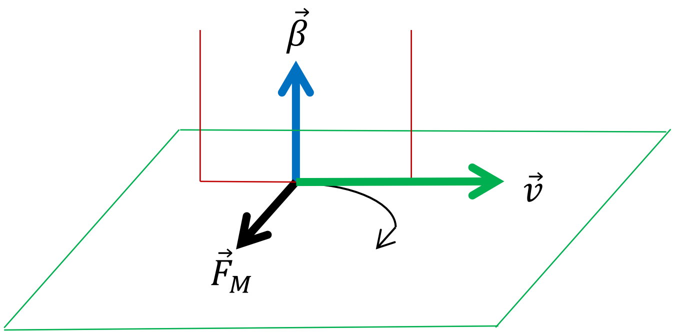
MOVIMIENTO CIRCULAR DE UNA CARGA EN EL SENO DE UN CAMPO MAGNÉTICO

En nuestro nivel de 2º de bachiller vamos a estudiar sólo el caso en el que el campo magnético es perpendicular a la velocidad. El caso general se estudiará en el mismo tema, pero en el nivel de “universidad”. En el ejemplo la carga es positiva $(q > 0)$



$$\vec{F}_M = q(\vec{v} \times \vec{\beta})$$

La fuerza magnética es perpendicular al plano formado por $\vec{v}\ y\ \vec{\beta}$, plano delimitado por líneas rojas, y por lo tanto estará apoyada sobre el plano dibujado como un romboide verde. Su sentido es el del avance del tornillo al llevar el vector velocidad sobre el vector campo. Giraremos entonces en el sentido contrario a las agujas del reloj y vendrá hacia nuestros ojos, tal como se indica en la figura.

La fuerza y la velocidad se van a mantener en el plano dibujado en verde y al ser la fuerza perpendicular a la velocidad, se producirá un giro donde la fuerza magnética hará el papel de fuerza centrípeta:

$$|\vec{F}_M| = m|\vec{a_c}| \rightarrow \boldsymbol{qv\beta = m\frac{v^2}{R}} \rightarrow \boldsymbol{R = \frac{mv}{q\beta}}$$

Si quisiéramos calcular el periodo sólo tenemos que dividir el espacio recorrido en una vuelta entre la velocidad con la que se recorre

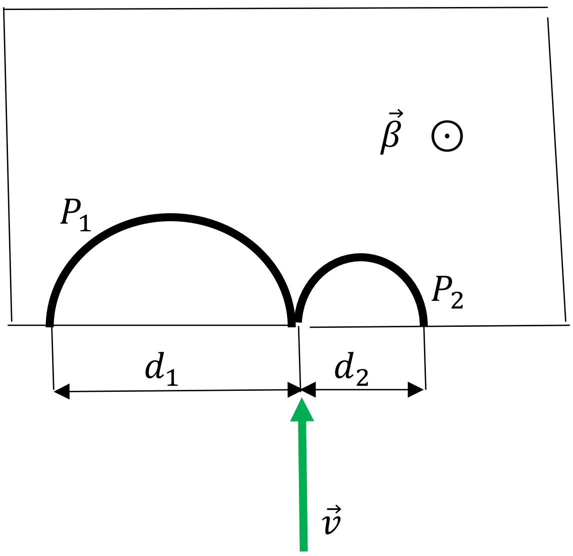
$$\boldsymbol{T} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \frac{mv}{q\beta}}{v} = \boldsymbol{\frac{2\pi m}{q\beta}}$$

Y, como vemos, no depende de la velocidad de la carga.

Ejemplo

Dos partículas, P_1 y P_2, cargadas y de masas iguales a $m = 10^{-6}$ entran en una región del espacio donde hay un campo magnético de módulo $\beta = 0.5\,T$ tal como indica la figura. En la entrada, las dos partículas llevan la misma velocidad, de módulo v=400 m/s. Una vez dentro, siguen las trayectorias semicirculares indicadas, de diámetros $d_1 = 50\ cm$ y $d_2 = 15\ cm$. Calcular:

a) ***El signo y el valor de las cargas***
b) ***Aceleración debida a la fuerza magnética***
c) ***Tiempo invertido por cada partícula en recorrer la trayectoria semicircular.***



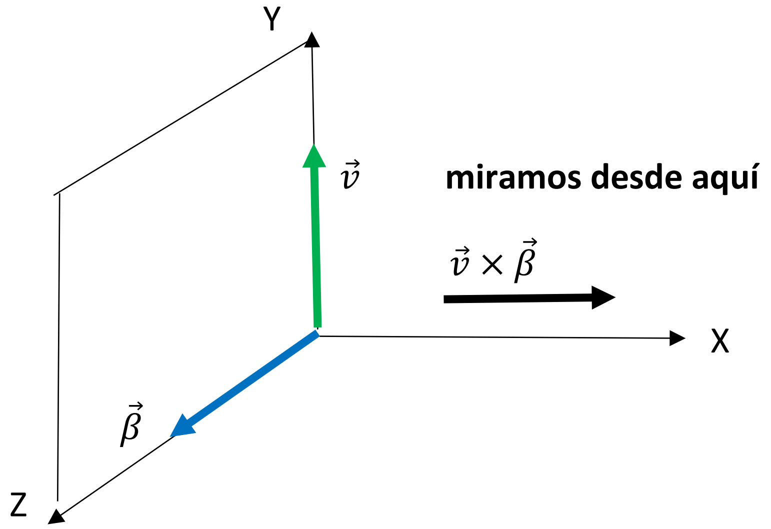
Recordamos que el circulito con el punto indica que el vector campo magnético es perpendicular a la pizarra y sentido hacia nuestros ojos.

a) Signo y módulos de las cargas

Elegimos la partícula P_1. Lo primero que hacemos es deducir el sentido del producto vectorial $\vec{v} \times \vec{\beta}$**. Y lo vamos a hacer de las tres formas que hemos explicado en la lección anterior: la que nosotros llamamos "visual", eligiendo desde donde miramos y si el giro es en el sentido de las agujas del reloj o el contrario. La "rigurosa", aplicando la definición matemática y, por último, la regla de la mano derecha.** Después ya cada cual elige la que mejor vea. Hacemos esto porque sabemos el problema que supone, esperamos explicarnos.

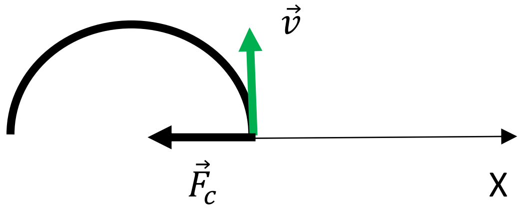
Manera "visual":

Dibujamos los ejes para imaginar mejor las direcciones



El producto vectorial tiene la dirección del eje X (perpendicular al plano formado por la velocidad y el campo). Si miramos desde la derecha, al llevar el vector velocidad sobre el vector campo, veremos girar el tornillo al contrario que las agujas del reloj, por lo tanto, se acercará hacia nuestros ojos y tendrá el sentido positivo del eje ***X***. Si miramos desde la izquierda veremos girar el tornillo en el sentido de las agujas del reloj y se alejará de nuestros ojos, y el sentido del producto vectorial seguirá siendo el positivo del eje de las ***X***. **Da igual, como vemos, mirar de un lado que de otro, como se ha dicho en la lección anterior**

Observando la trayectoria de la partícula P_1

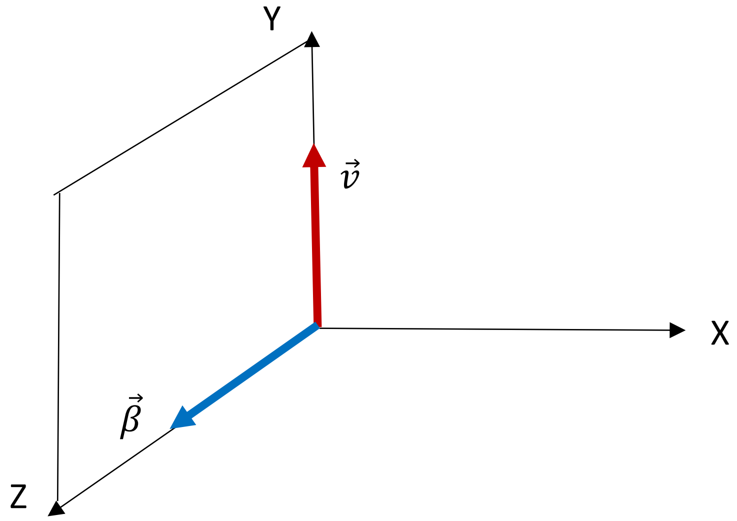


Deducimos que para que su giro sea como el indicado, la fuerza centrípeta, papel representado por la fuerza magnética en estos problemas, ha de ir hacia la izquierda, en sentido contrario del producto vectorial $\vec{v} \times \vec{\beta}$. Por lo tanto, la partícula P_1 tiene carga negativa. Su módulo lo calculamos según

$$F_M = \boldsymbol{q v \beta} = \boldsymbol{m \frac{v^2}{R}} \rightarrow \boldsymbol{q_1} = \frac{mv}{R\beta} = \frac{10^{-6} \cdot 400}{0.25 \cdot 0.5} \approx \boldsymbol{3.2 \cdot 10^{-3}\ C}$$

Aplicando la definición de producto vectorial

Si en el enunciado nos dan ya unos ejes cartesianos trabajamos con ellos. En este caso no se define ningún sistema cartesiano en la figura, por lo que lo definimos según los ejes anteriores. Entonces:

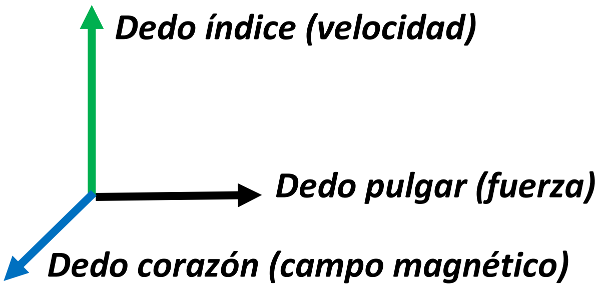


$$\vec{v} \times \vec{\beta} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 400 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{vmatrix} = 200\vec{\imath}$$

En el sentido positivo del eje ***X***, como en el caso anterior claramente (y como no podía ser de otra manera). La deducción del signo de la carga y su módulo es exactamente igual a como hemos hecho en el párrafo anterior.

Regla de la mano derecha

Como se ha quedado, el vector velocidad está representado por el dedo índice y el vector campo magnético por el dedo corazón de la mano derecha claro. Entonces, el producto vectorial tendrá la dirección y sentido que marque el pulgar



Siendo el resultado el mismo.

La partícula P_2 al girar en sentido contrario sufre una fuerza centrípeta, magnética, en sentido contrario. Por lo tanto, su carga es contraria a la partícula P_1, positiva. Su módulo lo calculamos exactamente igual que en el caso de P_1

$$\boldsymbol{q_2} = \frac{mv}{R\beta} = \frac{10^{-6} \cdot 400}{0.075 \cdot 0.5} \approx \mathbf{10^{-2}}\ \boldsymbol{C}$$

b) Aceleración debida a la fuerza magnética:

Si sólo actúa la fuerza magnética sobre una carga, el módulo de la velocidad se mantiene constante (el trabajo de dicha fuerza es cero porque es perpendicular a la velocidad y, por lo tanto, no modifica la energía cinética). No existe entonces aceleración tangencial. Según ya hemos visto, la fuerza magnética hace el papel de fuerza centrípeta y la aceleración que produce es, evidentemente, la aceleración centrípeta:

$$P_1: a_c = \frac{v_1^2}{R_1} = \frac{400^2}{0.25} = 6.4 \cdot 10^5 \ m/s^2$$

$$P_2: a_c = \frac{v_2^2}{R_2} = \frac{400^2}{0.075} \approx 2.13 \cdot 10^6 \ m/s^2$$

c) ***Tiempo invertido por cada partícula en recorrer la trayectoria semicircular.***

Según hemos visto, el periodo viene dado por

$$T = \frac{2\pi m}{q\beta}$$

Sólo tenemos que sustituir los números, pero tener en cuenta que, **como se trata de recorrer la mitad de la circunferencia, la respuesta a la pregunta es la mitad del periodo calculado**.