

CONTINUIDAD

En esta segunda y última lección sobre continuidad vamos a resolver algún ejercicio más y acabamos con un resumen sobre los **distintos tipos de continuidad que han ido apareciendo en los ejemplos.**

Estudiar la continuidad de la función

$$y = \frac{x - 3}{x^2 - 5x + 6}$$

Al no estar definida a “trozos” nos fijamos en los valores de “x” que anulan el denominador:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

Estudiamos la continuidad en estos dos valores de “x”

Continuidad en:

x=2

Primera condición:

$$f(2) = \frac{2 - 3}{2^2 - 5 \cdot 2 + 6} = \frac{-1}{0} \nexists f(2)$$

No existe **f(2)**

Segunda condición

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3}{x^2 - 5x + 6} &= \left(\frac{-1}{0} \right) = \\ &= \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x - 3}{(x - 2)(x - 3)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2} = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 3}{(x - 2)(x - 3)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{cases} \end{aligned}$$

Por lo tanto, **es discontinua de salto infinito**

Continuidad en:

$$x=3$$

Primera condición

$$f(3) = \frac{3-3}{3^2 - 5 \cdot 3 + 6} = \frac{0}{0} \nexists f(2)$$

No existe $f(3)$

Segunda condición

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2 - 5x + 6} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-2} = 1$$

Este caso no nos había salido hasta ahora: **No existe la función, pero sí el límite. Se llama discontinuidad evitable. Se puede evitar haciendo**

$$f(3) = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$$

Podemos resumir los distintos tipos de discontinuidad como sigue, aunque según textos puede haber variación en el nombre:

$$\begin{aligned} \text{Discont. Evitable} & \left\{ \begin{array}{l} \exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \text{ y } \exists f(x_0) \text{ pero } \lim f(x) \neq f(x) \\ \exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \text{ y } \nexists f(x_0) \end{array} \right. \\ \text{Discont. 1ª Especie} & \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l_1 \neq \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l_2 \text{ Salto finito} \\ \text{alguno de los límites} = \pm\infty \rightarrow \text{Salto Infinito} \end{array} \right. \end{aligned}$$