DINÁMICA DE ROTACIÓN DE LA PARTÍCULA

En esta lección vamos a ver cómo se aplican las leyes de Newton para resolver problemas en donde una partícula gira. Al igual que en las traslaciones, hemos de llevar un orden y aplicar unas pautas parecidas. Son las siguientes:

1º PASO: DIAGRAMA DE FUERZAS

Debemos hacer un dibujo donde aparezcan todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Las fuerzas que hemos de conocer son las mismas que en el caso de las traslaciones: normal, fuerza de rozamiento y tensión.

2º PASO: DESCOMPOSICIÓN SOBRE LOS SIGUIENTES EJES:

Recordando una idea fundamental de la cinemática, sabemos que el vector aceleración en un movimiento curvo cualquiera se puede descomponer en dos perpendiculares. Uno de ellos es tangente a la trayectoria y lleva la dirección de la velocidad, se llama por ello aceleración tangencial, de expresión conocida, y se encarga de variar el módulo del vector velocidad. La otra componente del vector aceleración es perpendicular al anterior, llamado por eso normal o centrípeta y, por ello, va **siempre hacia el centro de la curva en esa posición** y se encarga de variar la dirección de la velocidad. Como debemos de recordar su módulo es

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

Y es la que vamos a utilizar en nuestros problemas, como veremos. Dicho esto, hemos descomponer las fuerzas según los siguientes ejes:

→ **EJE NORMAL O CENTRÍPETO: Va desde el cuerpo hasta el centro de la rotación,** que en nuestros casos serán circunferencias, por lo tanto, fácil de distinguir.

→ **EJE VERTICAL SI LA ROTACIÓN ES EN UN PLANO HORIZONTAL**

En nuestros problemas será raro, por no decir imposible, necesitar descomponer las fuerzas también sobre el eje tangencial.

3º PASO: APLICAR LA LEY A CADA EJE DE LOS ANTERIORES:

→ Sabemos que sobre el eje normal está la aceleración centrípeta, por lo tanto, diremos:

$$\sum \boldsymbol{F_N} = m \cdot a_N = \boldsymbol{m}\frac{\boldsymbol{v}^2}{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{\omega}^2\boldsymbol{R}$$

Utilizando cualquiera de las dos expresiones de la aceleración centrípeta según los datos que tengamos o queramos calcular.

→ Sabemos que, cuando la rotación es en un plano horizontal, la resultante sobre el eje Y vertical ha de ser cero pues no hay movimiento sobre él. Por lo tanto, diremos:

$$\sum \boldsymbol{F_y} = \boldsymbol{0}$$

Este sistema de ecuaciones resuelve el problema dinámico como veremos en los ejemplos.

Al igual que en la traslación, hemos elegido esos ejes porque sobre esos ellos podemos aplicar las condiciones dadas. En cualquier otro sistema, teóricamente igual de elegible, habría aceleración sobre los dos ejes y las ecuaciones no nos llevarían a la solución tan fácilmente.

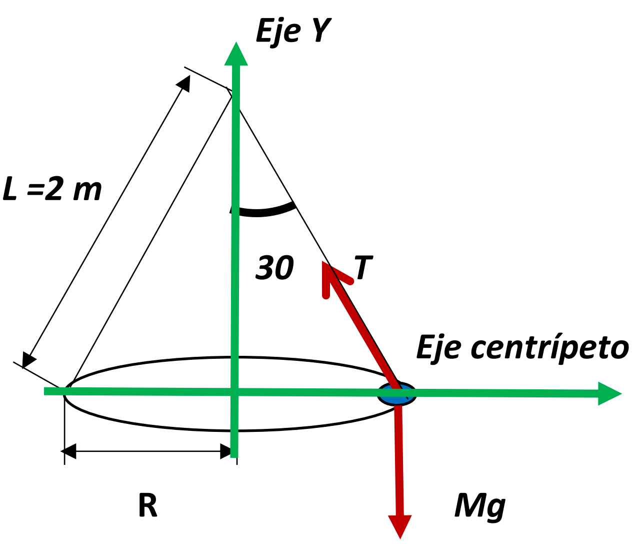
Ejemplo.

Un cuerpo de masa M= 10 Kg gira atado a una cuerda de longitud L=2 m, formando esta un ángulo de 30º con la vertical, tal como se indica en la figura. Calcular la tensión en la cuerda y la velocidad lineal y angular del cuerpo.

Empezamos, partiendo de la figura que nos dicen pero que dibujamos ya a continuación, haciendo un dibujo de la situación y dibujando sobre el cuerpo todas las fuerzas. En nuestro caso, al no estar apoyado, las únicas fuerzas son el peso y la tensión:

Eje Y, perpendicular al plano de rotación horizontal.

Eje centrípeto va del cuerpo al centro de rotación

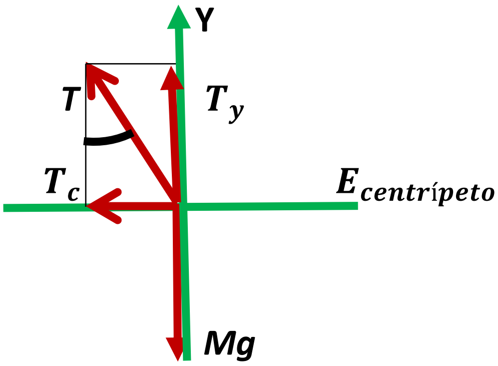


1º Paso: Dibujamos las fuerzas.

Como hemos dicho, **actúan el peso, *mg*,** y, cómo el único contacto con el exterior es una cuerda (el cuerpo está dando vueltas en el aire) **la tensión**. En la figura anterior están representadas ambas fuerzas.

2º Paso: Descomposición sobre los ejes indicados en la teoría, el centrípeto y, como la rotación es en un plano horizontal, también el eje Y vertical, ambos en verde

El ángulo de ***30º*** está marcado en ***"negrita"***



$$\boldsymbol{T_y = Tcos30}$$

$$\boldsymbol{T_c = Tsen30}$$

3º Paso: Aplicamos a los ejes las leyes del tercer paso de la teoría

$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_y = Mg \rightarrow \boldsymbol{Tcos30 = 10g}$$

$$\sum F_c = M\omega^2 R \rightarrow T_c = M\omega^2 R \rightarrow \boldsymbol{Tsen30 = 10\omega^2 2sen30}$$

El radio se calcula resolviendo el triángulo rectángulo cuya hipotenusa es la cuerda y cuyo cateto horizontal es el radio (primera figura).

$$R = 2sen30$$

Las dos ecuaciones remarcadas en negrita son dos ecuaciones con dos incógnitas en ***T y ω***. Se calcula ω y para calcular la velocidad lineal se aplica, como debemos de saber, la relación $\boldsymbol{v = \omega R}$.