

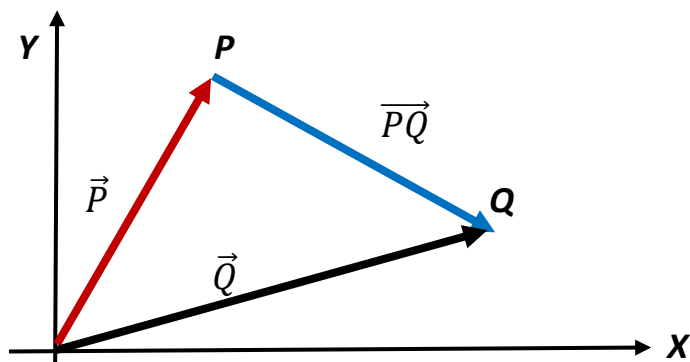
VECTOR FORMADO POR DOS PUNTOS

En esta breve lección vamos a desarrollar, basándonos en la definición de vector, en la suma de vectores y en su producto por un número real, varios mecanismos muy simples pero que utilizaremos en la resolución de problemas. Estos son: vector formado por dos puntos, distancia entre dos puntos y división de un segmento dado en “n” partes iguales.

Si tenemos dos puntos podemos definir el vector que va de uno a otro. Sean los puntos **P** y **Q**, entonces, si los puntos tienen por coordenadas

$$P = (x_1, y_1, z_1) \text{ y } Q = (x_2, y_2, z_2)$$

Los vectores que van desde el origen de coordenadas a esos puntos tienen, como sabemos, la misma expresión. Entonces, si observamos la figura:



Y recordamos la suma gráfica de vectores, tenemos que ver que se cumple:

$$\vec{P} + \overrightarrow{PQ} = \vec{Q} \rightarrow \overrightarrow{PQ} = \vec{Q} - \vec{P}$$

Por lo tanto, el vector que va de **P** a **Q** es:

$$\overrightarrow{PQ} = (\vec{Q} - \vec{P}) = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

Como aplicación de la idea anterior, podemos calcular la **distancia entre dos puntos** sin más que calcular el **módulo del vector formado por ellos**.

$$d(PQ) = |\overrightarrow{PQ}| = PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

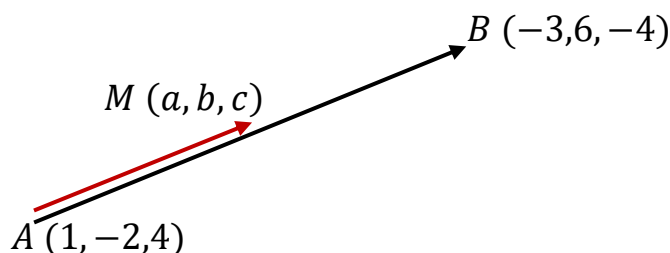
DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN n PARTES IGUALES

No es raro que tengamos que calcular las coordenadas de los puntos que dividen a un segmento en " n " partes iguales. El caso más típico y sencillo es la división en dos partes iguales. Pensamos que es suficiente para entender la idea y dividir en un número cualquiera de partes.

Ejemplo.

Dados los puntos A (1,-2,4) y B (-3,6,-4), dividir el segmento AB en dos partes iguales calculando el punto medio.

Un dibujo, como siempre, nos ayuda a resolver



Tenemos que ver que el vector que va desde el punto A hasta el punto M es la mitad del que va desde el punto A hasta el punto B. Teniendo en cuenta lo que significa multiplicar por un número a un vector dicho en la lección anterior, se cumple:

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \rightarrow (a - 1, b + 2, c - 4) = \frac{1}{2}(-4, 8, -8) \rightarrow$$

Igualando componentes

$$\begin{cases} a - 1 = -2 \rightarrow a = -1 \\ b + 2 = 4 \rightarrow b = 2 \\ c - 4 = -4 \rightarrow c = 0 \end{cases}$$

En este caso, y sólo en este, podemos decir también que la primera componente del punto medio es la semisuma de las primeras componentes de los puntos que forman el segmento. La segunda es la semisuma de las segundas....

$$\begin{cases} a = \frac{-3 + 1}{2} = -1 \\ b = \frac{-2 + 6}{2} = 2 \\ c = \frac{4 - 4}{2} = 0 \end{cases}$$

Si quisiéramos dividir el vector en tres partes iguales, el primer vector sería la tercera parte del "total" que forma el segmento. El segundo vector sería las dos terceras partes del "total". Y así para dividir en un número cualquiera de partes.