CAMPO GRAVITATORIO EN UN PUNTO

Se define el campo gravitatorio en un punto, $\vec{g}$, creado por un sistema de masas, como la FUERZA QUE EN ESE PUNTO SE EJERCE A LA UNIDAD DE MASA, 1 Kg, por ese sistema de masas.

Es absolutamente necesario RECORDAR LA DEFINICIÓN. Sabemos que esto que decimos parece algo tan evidente que no habría que decirlo. La experiencia demuestra que, por las razones que sean, tendemos a quedarnos con cálculos engorrosos e ideas secundarias antes que con las ideas fundamentales. Parece que tendemos a identificar dificultad con importancia, cuando creemos que es casi lo contrario. Pues eso, no olvidar las definiciones importantes, como está.

De esta manera, aunque a nosotros no nos importe para resolver los problemas, se le asocian al espacio propiedades, de tal manera que, si en un punto existe un campo gravitatorio, las propiedades del espacio en él serán distintas de las de un punto en el que no existe ese campo. A este respecto, pensar que cuando se cae un bolígrafo no es claramente porque el bolígrafo sepa que está al lado de la tierra y conozca la ley de gravitación. Hemos de deducir que el espacio en el que está tiene ciertas propiedades. Vista la definición, pensamos, como siempre, que un ejemplo nos ayuda a entender el concepto.

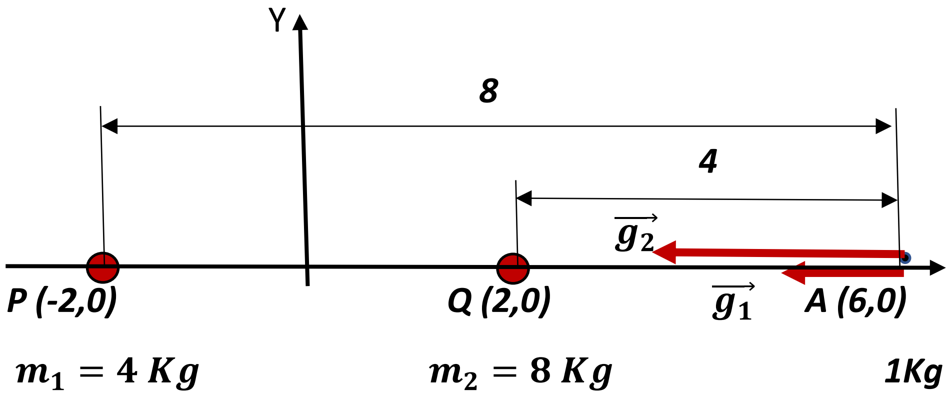
Ejemplo 1

Dos masas de 4Kg y 8 Kg están en los puntos (-2,0) y (2,0) respectivamente. Calcular el campo gravitatorio que producen en los puntos

a) A (6,0)
b) B (0,4)

Todas las coordenadas en el SI

a) ***campo en el punto A (6,0)***



Creemos fácil de entender que las dos masas dadas atraen hacia ellas al kilogramo puesto en el punto A donde queremos calcular el campo. Ahora, con la ley de Newton, calculamos el módulo de ambas fuerzas. Tenemos en cuenta, claro, que la masa de 4 Kg está a una distancia de 8 metros del punto A y que la masa de 8 Kg está a 4 metros. Entonces:

$$g_1 = G\frac{4 \cdot 1}{8^2} \qquad g_2 = G\frac{8 \cdot 1}{4^2}$$

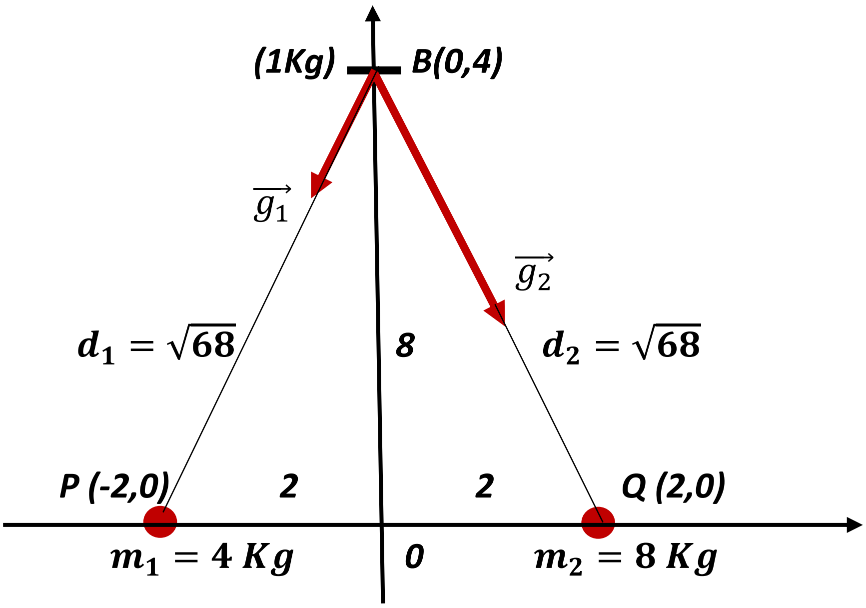
Con los módulos calculados escribimos las expresiones de los vectores. En nuestro caso es fácil porque los dos son horizontales y van hacia la izquierda. Por lo tanto:

$$\vec{g}_1 = G\frac{4}{64}(-\vec{\imath}) \quad \vec{g}_2 = G\frac{8}{16}(-\vec{\imath})$$

Siendo el campo total pedido la suma de ambos vectores:

$$\vec{g} = \left(-G\frac{1}{16} - G\frac{1}{2}\right)\vec{\imath} = -G\frac{9}{16}\vec{\imath}$$

*b) **campo en el punto (0,4)***



Lo primero que hemos hecho es dibujar los vectores campo gravitatorio (rojos) que cada una de las masas crean en el punto donde nos piden su cálculo. En segundo lugar, vamos a calcular sus módulos para, en un tercero, dar la solución vectorial. Insistimos, el campo gravitatorio es una FUERZA y queda definida obligatoriamente por un VECTOR.

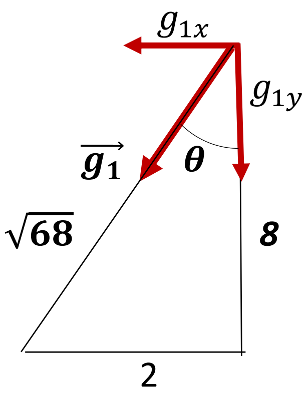
Para calcular la fuerza que la masa m_1 ejerce sobre el Kg puesto en el punto B nos hace falta conocer la distancia entre los puntos P y B. El triángulo P0B es rectángulo y su hipotenusa d_1 es la distancia PB que nos interesa para aplicar la ley de la gravitación:

$$d_1 = \sqrt{2^2 + 8^2} = \sqrt{68}$$

Entonces:

$$g_1 = G\frac{4}{68} = G\frac{1}{17}\ N/Kg$$

Conocido su módulo, calculamos sus componentes horizontal y vertical:



$$sen\theta = \frac{2}{\sqrt{68}} \rightarrow g_{1x} = -g_1 \cdot sen\theta = -G\frac{1}{17} \cdot \frac{2}{\sqrt{68}}$$

$$cos\theta = \frac{8}{\sqrt{68}} \rightarrow g_{1y} = -g_1 \cdot cos\theta = -G\frac{1}{17} \cdot \frac{8}{\sqrt{68}}$$

Siendo entonces el vector $\vec{g_1}$

$$\vec{g_1} = G\frac{1}{17} \cdot \frac{2}{\sqrt{68}}(-\vec{\imath}) + G\frac{1}{17} \cdot \frac{8}{\sqrt{68}}(-\vec{\jmath})$$

$$\boldsymbol{\vec{g_1} = -G\frac{2}{17\sqrt{68}}\vec{\imath} - G\frac{8}{17\sqrt{68}}\vec{\jmath}}$$

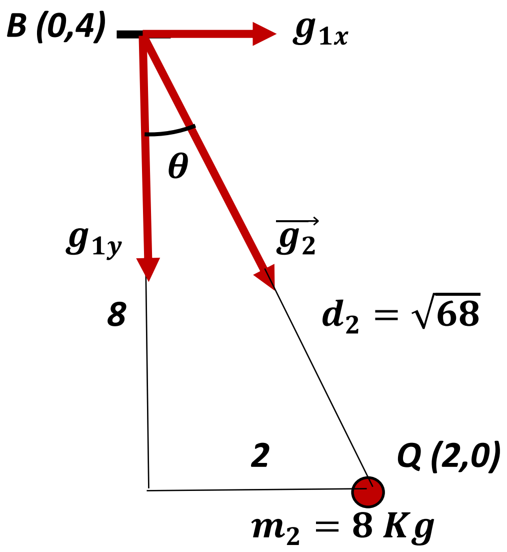
Donde hemos tenido en cuenta, como no puede ser de otra manera, los sentidos. Ambas componentes van en sentido contrario al que por convenio se toma como positivo.

Calculamos ahora el campo creado por la masa 8 Kg. La distancia d_2 es igual que $d_1 = \sqrt{68}$

El módulo del campo gravitatorio creado por esta masa en B es entonces:

$$g_2 = G\frac{8}{68} = G\frac{2}{17}\ N/C$$

Como antes, una vez conocido el módulo, calculamos sus componentes y el vector:



$$g_{1x} = g_1 sen\theta = G\frac{2}{17}\frac{2}{\sqrt{68}} = G\frac{4}{17\sqrt{68}}$$

$$g_{1y} = g_1 cos\theta = -G\frac{2}{17}\frac{8}{\sqrt{68}} = -G\frac{16}{17\sqrt{68}}$$

Teniendo en cuenta sus sentidos, el vector es

$$\boldsymbol{\overrightarrow{g_2} = G\frac{4}{17\sqrt{68}}\vec{\imath} + G\frac{16}{17\sqrt{68}}(-\vec{\jmath})}$$

El campo total en el punto B es la suma de los dos campos:

$$\vec{g} = \overrightarrow{g_1} + \overrightarrow{g_2} = -G\frac{2}{17\sqrt{68}}\vec{\imath} - G\frac{8}{17\sqrt{68}}\vec{\jmath} + G\frac{4}{17\sqrt{68}}\vec{\imath} + G\frac{16}{17\sqrt{68}}(-\vec{\jmath})$$

$$\boldsymbol{\vec{g} = G\frac{2}{17\sqrt{68}}\vec{\imath} - G\frac{24}{17\sqrt{68}}\vec{\jmath}}$$