PROBLEMAS DINÁMICA DE ROTACIÓN DE LA PARTÍCULA

Ejemplo 1

Dos masas de 7 y 13Kg giran en un plano horizontal tal como indica la figura. Si la longitud de las dos cuerdas es de 5m y ambas masas giran a razón de 3 r.p.m. calcular las tensiones en ambas cuerdas.

$$3r.p.m. = 3\frac{1\,rev}{1\,mn} = 3\frac{2\pi\,Rd}{60\,s} = \frac{\pi}{10}\,Rd/_{s}$$

En la siguiente figura se pretende que el enunciado esté claro. Hemos añadido las tensiones.

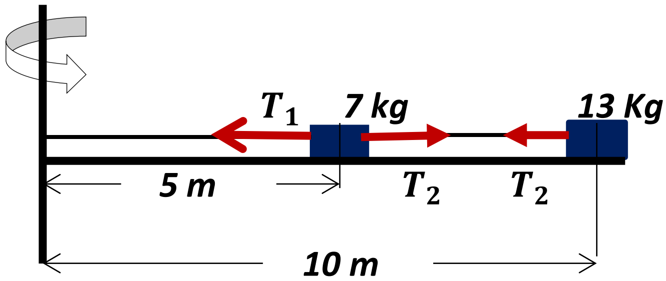
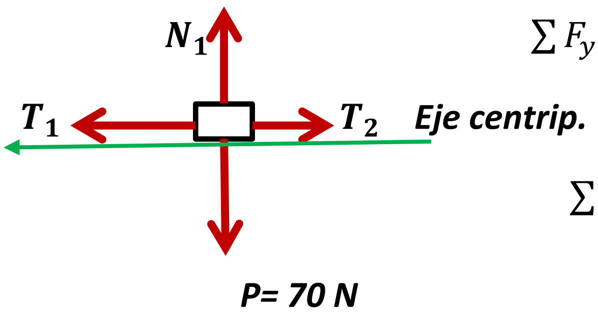


Diagrama de fuerzas y aplicación de las leyes:

$\boldsymbol{m_1 = 7\ Kg}$

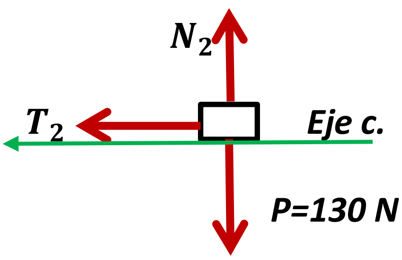


$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_1 = 70\ N$$

$$\sum F_c = m\omega^2 R \rightarrow T_1 - T_2 = m\omega^2 R$$

$$\boldsymbol{T_1 - T_2 = 7\left(\frac{\pi}{10}\right)^2 \cdot 5} \quad (1)$$

$\boldsymbol{m_2 = 13\ Kg}$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_2 = 130\ N$$

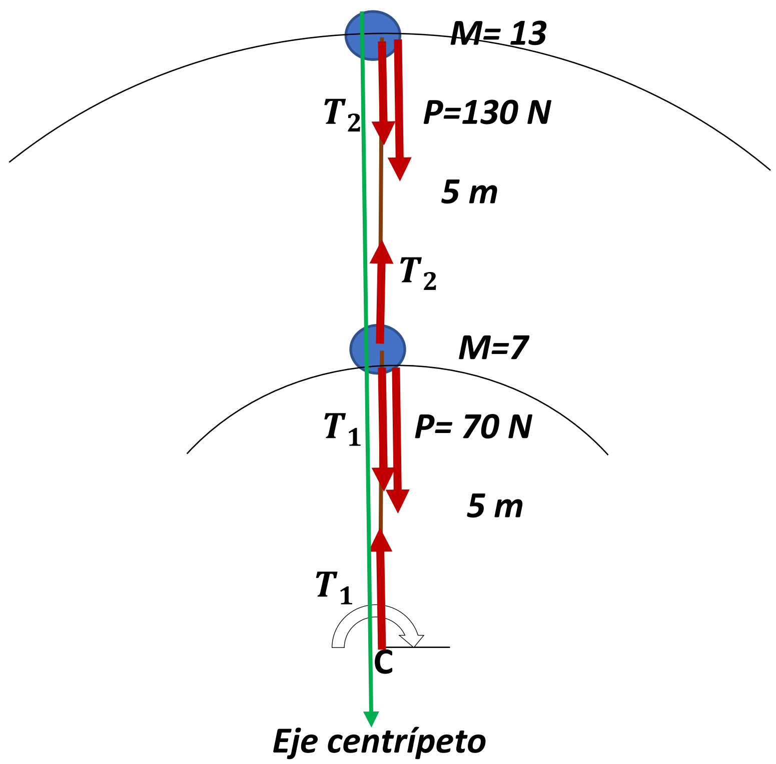
$$\sum F_c = m\omega^2 R \rightarrow \boldsymbol{T_2 = 13\left(\frac{\pi}{10}\right)^2 \cdot 10} \quad (2)$$

Como vemos, el estudio de cada cuerpo nos da un sistema de ecuaciones que nos permite calcular las tensiones. La velocidad angular es, claramente, la misma para los dos cuerpos. Es la velocidad lineal la que depende del radio.

Ejemplo 2

Mismo problema anterior, pero girando ambas masas en un plano vertical con $\omega = \pi \, {}^{Rd}/_{s}$. Calcular las tensiones en el punto más alto ¿Hay alguna velocidad angular mínima por debajo de la cual las dos masas no lleguen arriba con las cuerdas tensas?

Diagrama de fuerzas:



Descomposición sobre el eje centrípeto:

Todas las tensiones y los pesos van sobre ese eje.

Aplicación de las leyes:

$$m_1: \sum F_c = m\omega^2 R \rightarrow \boldsymbol{T_1 + 70 - T_2 = 7(\pi)^2 5\ (1)}$$

$$m_2: \sum F_c = m\omega^2 R \rightarrow \boldsymbol{T_2 + 130 = 13(\pi)^2 \cdot 10\ (2)}$$

Sistema de ecuaciones en las tensiones, que resuelto nos da:

$$\boldsymbol{T_2 = 1153,05\ N}$$

$$\boldsymbol{T_1 = 1428,49\ N}$$

Para calcular la velocidad angular mínima a la que pueden girar las masas sin que se destensen las cuerdas resolvemos las dos mismas ecuaciones en función del parámetro velocidad angular. De esa manera, sabremos cuánto valen las tensiones en función de ella y así saber cuándo alguna de ellas se hace negativa, cosa que como sabemos no puede ser:

$$\boldsymbol{T_1 + 70 - T_2 = 7(\omega)^2 5\ (1)}$$

$$\boldsymbol{T_2 + 130 = 13(\omega)^2 \cdot 10\ (2)}$$

De ***(2)*** $\boldsymbol{T_2 = 130\omega^2 - 130}$ llevando este resultado a (1)

$$\boldsymbol{T_1} = 35\omega^2 - 70 + 130\omega^2 - 130 = \boldsymbol{165\omega^2 - 200}$$

Aplicamos la condición de que ambas sean positivas:

$$\begin{cases} 130\omega^2 - 130 \geq 0 \rightarrow \boldsymbol{\omega \geq 1} \\ 165\omega^2 - 200 \geq 0 \rightarrow \boldsymbol{\omega \geq 1,1} \end{cases}$$

Para que se cumplan las dos condiciones a la vez, y no se destense ninguna de las dos cuerdas que es lo que queremos, concluimos que:

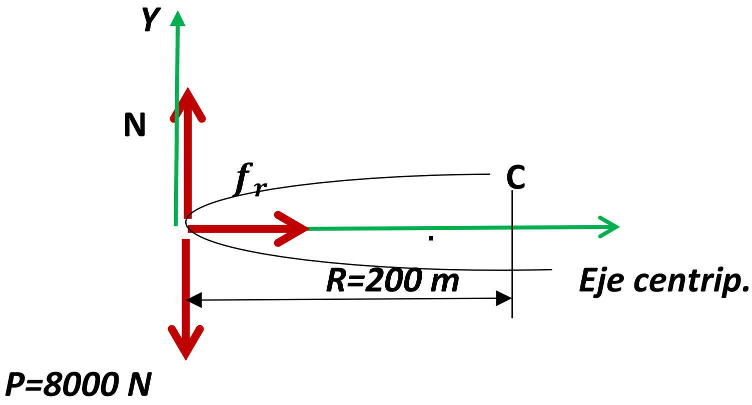
$$\boldsymbol{\omega \geq 1,1\ {}^{Rd}/_{s}}$$

Ejemplo 3

Un coche de masa total, incluidos pasajeros, tiene una masa de 800 Kg y toma una curva de 200 m de radios con velocidad 80 Km/h. Calcular La fuerza de rozamiento que actúa sobre él y el coeficiente de rozamiento estático mínimo que garantiza que el coche no derrape.

Se trata de una rotación. Como siempre, analizamos las fuerzas y aplicamos las leyes:

Diagrama de Fuerzas:



Como se aprecia, se ha dibujado la fuerza de rozamiento hacia el centro de la curva y esto, a veces, nos puede parecer "raro" aunque si analizamos el problema es justamente lo contrario.

Sabemos que las fuerzas sobre cualquier cuerpo se transmiten por los contactos que este tiene con el exterior (aparte del peso, que ya se ha dibujado). El único contacto que nuestro coche tiene con el exterior es la superficie de apoyo que **sólo** crea dos fuerzas: **la normal y el rozamiento**. Nuestra normal es vertical hacia arriba como se ha dibujado. Nos falta el rozamiento, que es la única fuerza que nos queda por poner: lo primero que nos tenemos que preguntar es si hay o no deslizamiento para saber si es de tipo estático o no. En nuestro caso el coche no derrapa o desliza sobre la carretera por lo tanto nuestro rozamiento es estático y "a priori" no sabemos su valor ni sentido. **El sentido en nuestro caso lo decidimos sabiendo que hay una aceleración centrípeta por lo que debe de haber**

una fuerza que la produzca en su misma dirección y sentido. Dado que no disponemos de más fuerzas, debe de ser el rozamiento quién realmente produce el giro del coche y, por lo tanto, va hacia el centro. Pensar por ejemplo cómo se toman las cuervas si la carretera está helada. Su valor se calcula aplicando las leyes, en este caso de la rotación:

Descomposición

Al tratarse de una rotación en un plano horizontal, los ejes son los dibujados: centrípeto y vertical. Todas las fuerzas van sobre ellos por lo que ya están descompuestas.

Aplicación de las leyes:

$$\sum \boldsymbol{F_y} = \boldsymbol{0} \rightarrow N = P \rightarrow N = 8000\ N$$

$$\sum \boldsymbol{F_c} = \boldsymbol{m}\frac{\boldsymbol{v^2}}{\boldsymbol{R}} \rightarrow \left|80\frac{Km}{h} = 80\frac{1000m}{3600s} = 22{,}22\ {}^{m}/_{s}\right| \rightarrow$$

$$f_r = 800\frac{22{,}22^2}{200}$$

$$\boldsymbol{f_r \cong 1974,91\ N}$$

Una vez conocido el módulo del rozamiento, la restricción nos acotará algún parámetro del movimiento, en este caso el valor del coeficiente estático:

$$f_r = 1974{,}91 \leq \mu_e N \rightarrow$$

$$1974{,}91 \leq \mu_e 8000 \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\mu_e \geq 0,25}$$