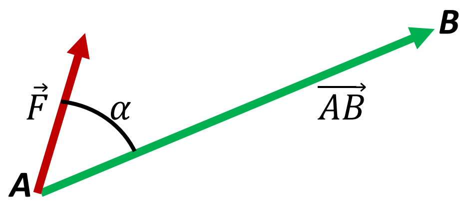
TEOREMA DEL TRABAJO

EL TEOREMA DEL TRABAJO ES UNA LEY MUY CÓMODA PARA RELACIONAR DOS POSICIONES CON SUS VELOCIDADES. Damos las definiciones que hay que saber para aplicarlo. Algunas de ellas no son tanto definiciones pues provienen de demostraciones pero ello se sale de este manual.

TRABAJO DE UNA FUERZA

Si un cuerpo se desplaza en línea recta desde el punto **A** al punto **B** su vector desplazamiento es el vector $\overrightarrow{AB}$. Si sobre él actúa una fuerza, el trabajo, ***W*** , de esa fuerza en el desplazamiento viene dado por el producto escalar del vector fuerza por el vector desplazamiento

.



$$\boldsymbol{W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = |F||AB|cos\alpha}$$

Donde α **es el ángulo que forma la fuerza con el desplazamiento.**

Es un número, cuya unidad es el Julio, que indica en qué medida la fuerza va a favor, en contra o es neutra respecto al movimiento. Las fuerzas que tengan componente a favor del movimiento harán un trabajo positivo **(** $\boldsymbol{cos\alpha > 0}$).

Sin embargo, la fuerza normal que ejerce una superficie de apoyo, forma ***90 grados*** con el desplazamiento del móvil que se desliza sobre ella, por lo tanto, su trabajo será cero ***(cos90=0)*** y no aumentará el módulo de la velocidad, como podemos entender intuitivamente.

El rozamiento, cuando hay deslizamiento, va hacia atrás, en sentido contrario al del desplazamiento, forma entonces un ángulo ***de 180 grados*** con el desplazamiento y su trabajo resulta negativo ***(cos180=-1)***. Tenderá por ello a disminuir el módulo de la velocidad.

ENERGIA MECÁNICA

Como hemos advertido no es el papel de este manual dar demostraciones sino pautas para resolver problemas. En ese sentido, sin demostración, pero absolutamente fundamentales y fáciles de intuir, tenemos los siguientes tipos de energía mecánica:

ENERGÍA CINÉTICA:

La que tiene un cuerpo por estar moviéndose

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA:

Si levantamos un cuerpo en contra de la gravedad hasta la azotea de nuestra casa, esa energía que hemos gastado la tenemos **conservada**: si dejamos caer al cuerpo este adquiere una velocidad y por lo tanto una energía cinética que proviene de la perdida de altura. **A esta energía "conservada en la altura" y que "potencialmente" se transforma en cinética la llamamos energía potencial gravitatoria. Su valor es**

$$E_{p.grav.} = mgh$$

Donde h se mide desde un nivel cero de alturas arbitrario (normalmente el punto más bajo por donde va a pasar el cuerpo, aunque se puede elegir cualquier otro nivel).

ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA:

Al igual que ocurre con la gravedad, si estiramos o comprimimos un muelle, esa energía que hemos gastado está conservada en el muelle y nos la puede devolver transformándose en cinética, por ejemplo. Por la misma razón que en el caso de la gravedad, a esa energía almacenada por el muelle, la llamamos energía potencial elástica y viene dada por:

$$\boldsymbol{E_{p.elást} = \frac{1}{2}kx^2}$$

Donde ***K*** es una constante propia del muelle y ***x*** la longitud que se ha deformado.

En una situación cualquiera, en un punto determinado, un cuerpo puede tener las tres energías, o dos o una o ninguna, solo es cuestión de mirar.

A la fuerza de gravedad y a la fuerza elástica se les llama fuerzas conservativas (por eso tiene cada una de ellas una energía potencial, "energía conservada").

En nuestros problemas serán las únicas, todas las demás, normal, rozamiento…podemos considerarlas como no conservativas.

A la suma de las tres energías anteriores se le denomina ENERGÍA MECÁNICA.

Una vez definidas las magnitudes el teorema es:

TEOREMA DEL TRABAJO

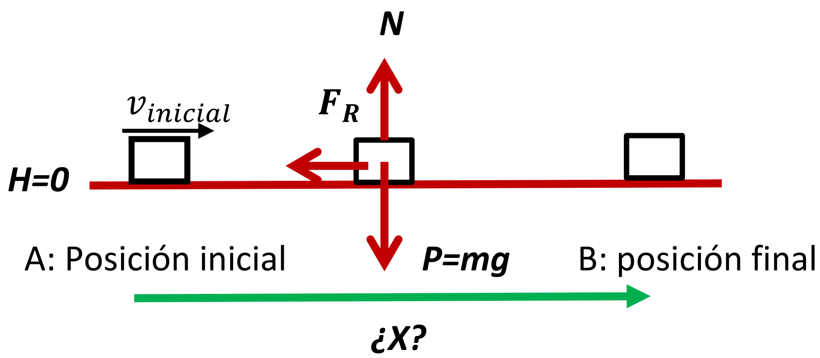
El teorema del trabajo relaciona las magnitudes anteriores cuando un cuerpo se traslada del punto A al punto B:

$$\boldsymbol{\omega_{nc} \uparrow_A^B = Em_B - Em_A}$$

“El trabajo de las fuerzas no conservativas (todas excepto el de la fuerza peso y la fuerza que ejerce un muelle) entre dos puntos se invierte en variar (incrementar o disminuir) la energía mecánica del cuerpo”.

Ejemplo:

Se lanza una masa de 7 Kg sobre una superficie horizontal de coeficiente de rozamiento 0’2 con una velocidad de 70 m/s. Calcular el espacio recorrido hasta pararse.



Claramente, tenemos **dos posiciones y sus dos velocidades,** lo que pasa es que no conocemos una de las dos posiciones, la final. Hemos de pensar por ello que el teorema del trabajo puede darnos el resultado, veamos:

Lo primero que hacemos, **como en cualquier problema de mecánica,** es dibujar el proceso, origen del movimiento y su final y, como vamos a utilizar el teorema del trabajo, **un nivel de la altura cero**, en nuestro caso la línea horizontal roja que une las posiciones inicial y final. Después, en una posición cualquiera del movimiento, dibujamos la masa y las fuerzas que actúan sobre ella, el diagrama de fuerzas. Si actuaran fuerzas distintas en distintas posiciones habría que estudiar cada tramo, como veremos en los problemas resueltos.

Una vez hecho esto, **calculamos el trabajo de cada fuerza no conservativa. El vector desplazamiento está dibujado en verde.** En nuestro caso, aparte del peso que es conservativo, tenemos la normal y la fuerza de rozamiento, por lo tanto:

$$\boldsymbol{\omega_{nc} = \omega_{normal} + \omega_{f.rozam.}}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N = mg = 70\ N$$

$$\boldsymbol{\omega_{normal}} = 70 \cdot x \cdot cos90 = \boldsymbol{0}$$

$$F_r = \mu N = 0'2 \cdot 70\ N$$

$$\boldsymbol{\omega_{fr}} = 14 \cdot x \cdot cos180 = \boldsymbol{-14x}$$

$$\boldsymbol{\omega_{NC}} = 0 + (-14x) = \boldsymbol{-14x\ J}$$

Dónde ***x*** es el desplazamiento de cuerpo hasta pararse. Se ha calculado el valor de la normal como en cualquier problema de traslación para, después, calcular la fuerza de rozamiento.

Ahora calculamos **la variación de energía mecánica** (para al final igualar ambas expresiones, el trabajo de las fuerzas conservativas y la variación de la energía mecánica, según dice el teorema)

$$\boldsymbol{E_{m_{inicial}}} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 70^2 + 7 \cdot g \cdot 0 = \boldsymbol{17150\ J}$$

$$E_{m_{final}} = 0\ J$$

Dado que en la posición final está parado y su altura es cero

Aplicando el teorema:

$$\boldsymbol{\omega_{nc} \uparrow_A^B = Em_B - Em_A}$$

$$-14x = 0 - 17150 \rightarrow \boldsymbol{x = 1225m}$$

Por último, advertir que este problema también se habría podido resolver aplicando las leyes de Newton a la traslación. Pensamos que así es más sencillo y además sirve de ejemplo de aplicación del teorema.