

MOVIMIENTOS RECTILINEOS DE ACELERACIÓN CONSTANTE

Este tipo de movimientos es muy típico porque, por ejemplo, es el que se produce cuando un cuerpo cae “libremente” (sólo bajo la acción de su peso) dentro de la superficie terrestre. En este caso, la aceleración del movimiento **es siempre hacia abajo y de valor $9,8 \text{ m/s}^2$** . Las expresiones que definen a este movimiento, posición y velocidad son las siguientes y hay que acordarse de ellas sin dudar. En ellas hablamos de “x” y de v_x pero, evidentemente, también valen para el caso en que el movimiento sea vertical en el eje Y, simplemente cambiaremos la “x” por la “y”.

Posición:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Velocidad

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Ejemplo 1

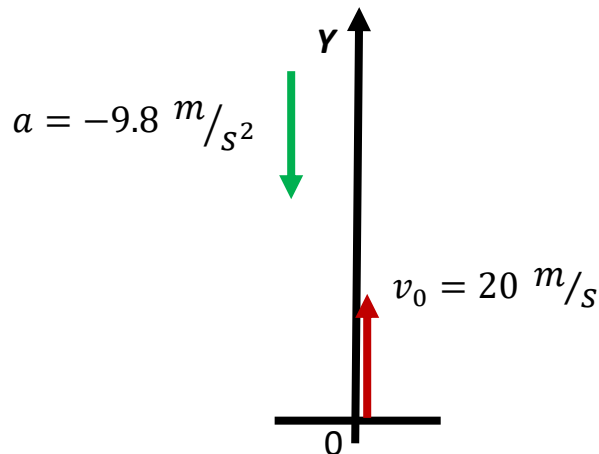
Se lanza desde el suelo hacia arriba un móvil con velocidad inicial de 20 m/s. Calcular:

- a) Altura a la que llega**
- b) tiempo en volver al suelo**
- c) velocidad al llegar al suelo**

Como hemos comentado, hay que saber que se trata de un movimiento rectilíneo (va a subir y bajar en línea recta) de aceleración constante.

$$a = -9.8 \text{ m/s}^2$$

Donde volvemos a remarcar la necesidad de poner los signos a las posiciones iniciales, la velocidad inicial y la aceleración.



Lo primero que hacemos es aplicar las dos leyes anteriores, independientemente de cuál sean las preguntas.

$$\begin{cases} y = y_0 + vt + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow y = 0 + 20t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2 \\ v = v_0 + at \rightarrow v = 20 + (-9.8)t \end{cases}$$

Donde la posición inicial, y_0 , es cero puesto que hemos puesto el origen de coordenadas en ese punto. El origen de coordenadas es arbitrario, pero recomendamos ponerlo siempre que se pueda en “el suelo”. Quedará más claro viendo los ejemplos.

Para contestar a lo que nos pregunten, sólo debemos de saber preguntar a estas dos expresiones. Para ello, hemos de saber traducir al lenguaje matemático las características especiales que definen a los puntos sobre los que nos preguntan.

La primera pregunta se refiere al cálculo de la altura máxima alcanzada. Pero, ¿qué tiene de peculiar este punto? No es la altura claro, que no la conocemos. ¿La velocidad? Efectivamente, la velocidad en ese punto es cero, como debemos de entender. Por lo tanto

$$v = 20 + (-9.8)t \rightarrow 0 = 20 - 9.8t \rightarrow t = \frac{20}{9.8} = 2.04 \text{ s}$$

Sabemos entonces que llega al punto más alto a los 2.04 segundos de haber sido lanzado. Si conocemos el tiempo en que ocurre algo ya podemos conocer todas las demás características pues todas dependen de la variable tiempo. La altura alcanzada será entonces el valor de “**y**” en ese tiempo

$$y = 0 + 20t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2 \rightarrow y(2.04) = 20 \cdot 2.04 - 4.9 \cdot 2.04^2 \rightarrow$$

$$y(2.04) = 20.41 \text{ m}$$

Que es la solución a la primera pregunta.

La segunda pregunta se refiere al tiempo que tarda en volver al suelo. Como en la pregunta anterior, nos preguntamos qué tiene de peculiar, de característica especial, ese punto. Creemos que es fácil de ver que ese punto está definido porque **y=0, ya que está en el suelo**. Entonces:

$$y = 0 + 20t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2 \rightarrow 0 = 20t - 4.9t^2 \rightarrow 0 = t(20 - 4.9t) \rightarrow$$

$$0 = t(20 - 4.9t) \rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ 20 - 4.9t = 0 \rightarrow t = \frac{20}{4.9} = 4.08 \text{ s} \end{cases}$$

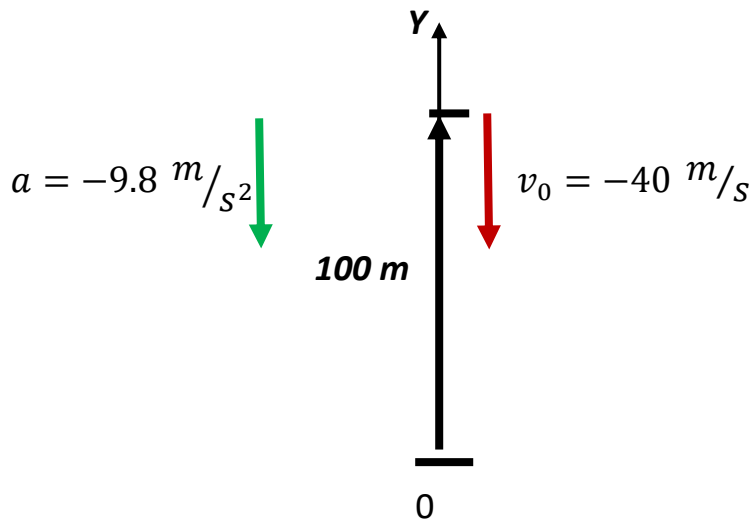
El primer valor **t=0** corresponde a la posición inicial, cuando se lanza el móvil, puesto que en ese momento también **y=0**. Es el segundo valor, **t=4.08 s**, el que nos interesa. Además, si nos damos cuenta, es justo el doble del tiempo que tarda en llegar arriba, así que podemos decir que tarda lo mismo en subir que en bajar. Para calcular el valor de la velocidad al llegar al suelo no tenemos nada más que sustituir este valor del tiempo en la expresión de la velocidad

$$v = 20 + (-9.8)t \rightarrow v(4.08) = 20 - 9.8 \cdot 4.08 = -19.98 \text{ m/s}$$

Que realmente coincide con la velocidad inicial, 20 m/s. La diferencia se debe a errores que se van acumulando en las operaciones.

Ejemplo 2

Desde una altura de 100 metros se lanza hacia abajo una piedra con velocidad inicial de módulo 40 m/s. Calcular el tiempo en llegar al suelo y la velocidad con la que lo hace.



Como antes, planteamos las dos ecuaciones fundamentales. Otra vez insistimos en que la velocidad inicial es **-40 m/s** pues su sentido es hacia abajo y mantenemos como positivos los sentidos tradicionales (horizontal hacia la derecha y vertical hacia arriba). La posición inicial, como se ve en la figura, es **100 metros**.

$$\begin{cases} y = y_0 + vt + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow y = 100 + (-40)t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2 \\ v = v_0 + at \rightarrow v = -40 + (-9.8)t \end{cases}$$

Para calcular el tiempo que tarda en llegar al suelo impondremos la condición de que la posición "y" es cero. Por lo tanto:

$$y = 100 + (-40)t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2 = 0 \rightarrow -4.9t^2 - 40t + 100 = 0 \rightarrow$$

$$t = \frac{40 \pm \sqrt{40^2 - 4 \cdot (-4.9) \cdot 100}}{2(-4.9)} = \begin{cases} t = -10.17 \text{ s} \\ t = 2.01 \text{ s} \end{cases}$$

Eligiendo el valor positivo como único posible, la solución a la pregunta sobre el tiempo que tarda en llegar al suelo es **$t=2.01\text{ s}$**

La velocidad con la que llega al suelo se calcula simplemente sustituyendo este valor del tiempo en la expresión de la velocidad

$$v = -40 - 9.8t \rightarrow v(2.01) = -40 - 9.8 \cdot 2.01 = -59.70 \text{ m/s}$$

Cuyo valor negativo no nos debe de sorprender puesto que, claramente, su sentido es hacia abajo.