

MEZCLA DE SUSTANCIAS. ESTADO FINAL DE EQUILIBRIO

Un problema muy típico es encontrar el estado de equilibrio al que se llega cuando mezclamos dos sustancias a distintas temperaturas y, también, en distinta fase. Evidentemente, al ser las temperaturas de las sustancias distintas, se llegará al equilibrio **cuando todo el conjunto se encuentre a la misma temperatura**. Si consideramos al sistema entero aislado del exterior (idealización con la que se comete cierto error, pero no apreciable), el calor absorbido por la sustancia más fría será igual al calor cedido por la más caliente. Como ambos calores son iguales en valor absoluto, pero de distinto signo, la ley que utilizaremos para calcular los parámetros del equilibrio será:

$$Q_{abs} + Q_{ced} = 0$$

Creemos que un ejemplo clarifica la forma de proceder.

Ejemplo 1:

Calcular el estado del equilibrio al que se llega cuando se mezclan 300 gramos de hielo a -20 C con 200 gramos de vapor de agua a 120 C. Datos:

$$c_{hielo} = 2090 \frac{J}{Kg C} \quad c_{agua} = 4180 \frac{J}{Kg C} \quad c_{vapor} = 1920 \frac{J}{Kg C}$$

$$L_f = 334 \cdot 10^3 \frac{J}{Kg} \quad L_v = 2260 \cdot 10^3 \frac{J}{Kg}$$

En este tipo de problemas, al estar las sustancias en distinta fase, el estado de equilibrio puede tomar varias formas según las cantidades mezcladas. Una manera de resolver el problema es hacer hipótesis sobre el estado final. Por ejemplo, en este caso, podemos intuir que la temperatura final está entre **0** y **100** grados y todo el sistema está en forma de agua. En este caso, la incógnita sería la temperatura. Pero también, dependiendo de las cantidades como se ha dicho, podría pasar que la temperatura final

fuera 0 grados con parte del hielo fundido, que sería la incógnita. Pero también podría pasar que la temperatura de equilibrio fuera 100 grados con parte del vapor licuado... Si hacemos una hipótesis y es cierta, el resultado tiene que “cuadrar” con la suposición. Por ejemplo, si pensamos que todo está en forma de agua a una temperatura desconocida, a la hora de hacer los cálculos esa temperatura tiene que salir claramente entre cero y 100. Si la temperatura no está en ese rango es que la hipótesis es falsa y tenemos que hacer otra y comprobar su validez. Pero este método puede ser muy largo si la hipótesis acertada es la última que probamos. Es verdad que podemos hacer ciertos cálculos para “afinar” más, pero creemos que el método siguiente es muy clarificador y nos determina, sin lugar a duda, el estado final del sistema.

Haremos la gráfica que se explica a continuación que nos relaciona el calor absorbido y la temperatura adquirida por cada sustancia. En ella, como veremos, el estado de equilibrio aparecerá definido por un punto. Después, aplicando la ley, **calor absorbido más calor cedido igual a cero**, calcularemos la incógnita de la que se trate. Para hacer dicha gráfica, vamos a poner en el eje de abscisas el calor absorbido o cedido y en el eje de ordenadas la temperatura que adquiere cada una de las sustancias. Veamos:

Cogemos primero el hielo y vamos a representar su temperatura a medida que va captando calor puesto que el hielo se va a calentar en el proceso.

Primero: calor necesario para que de -20 pase a hielo a 0

$$Q_1 = c_{hielo} m_{hielo} (t_f - t_o) = 2090 \cdot 0.3 \cdot (0 - (-10)) = \mathbf{6270 J}$$

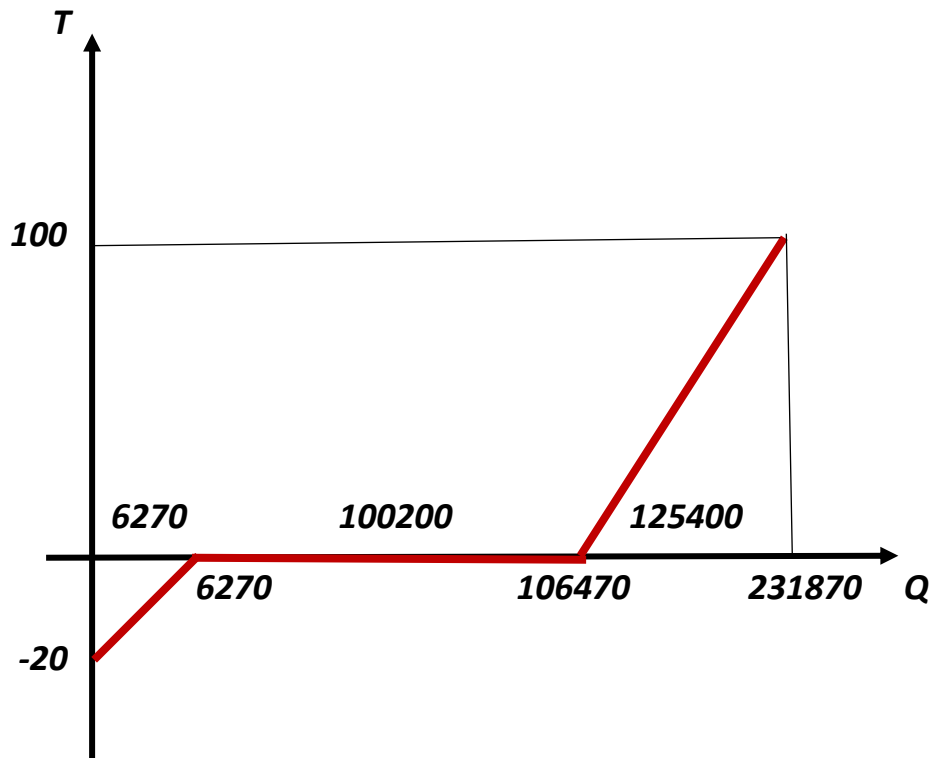
Segundo: ya está a 0 grados, calor necesario para fundirse:

$$Q_f = L_f m = 334 \cdot 10^3 \cdot 0.3 = \mathbf{100200 J}$$

Tercero: ya en forma de agua a 0 grados lo calentamos hasta 100 grados

$$Q_2 = c_{agua} \cdot m \cdot (t_f - t_o) = 4180 \cdot 0.3 \cdot (100 - 0) = \mathbf{125400 J}$$

No vamos a calcular el calor que necesita para vaporizarse porque pensamos que el estado de equilibrio no va a ser en forma de vapor. Si ponemos estos datos en una gráfica el resultado es:



Encima del eje de abscisas hemos puesto los calores parciales calculados y debajo del eje los calores totales, suma de los anteriores.

Ahora hacemos lo mismo con el vapor y vamos calculando los Julios a medida que se va enfriando:

Primero: pasa en forma de vapor a 120 grados a vapor a 100 grados:

$$Q'_1 = c_{vapor} m_{vapor} (t_f - t_o) = 1920 \cdot 0.2 \cdot (100 - 120) = -7680 \text{ J}$$

Segundo: el vapor a 100 grados se licuará a agua a 100 grados

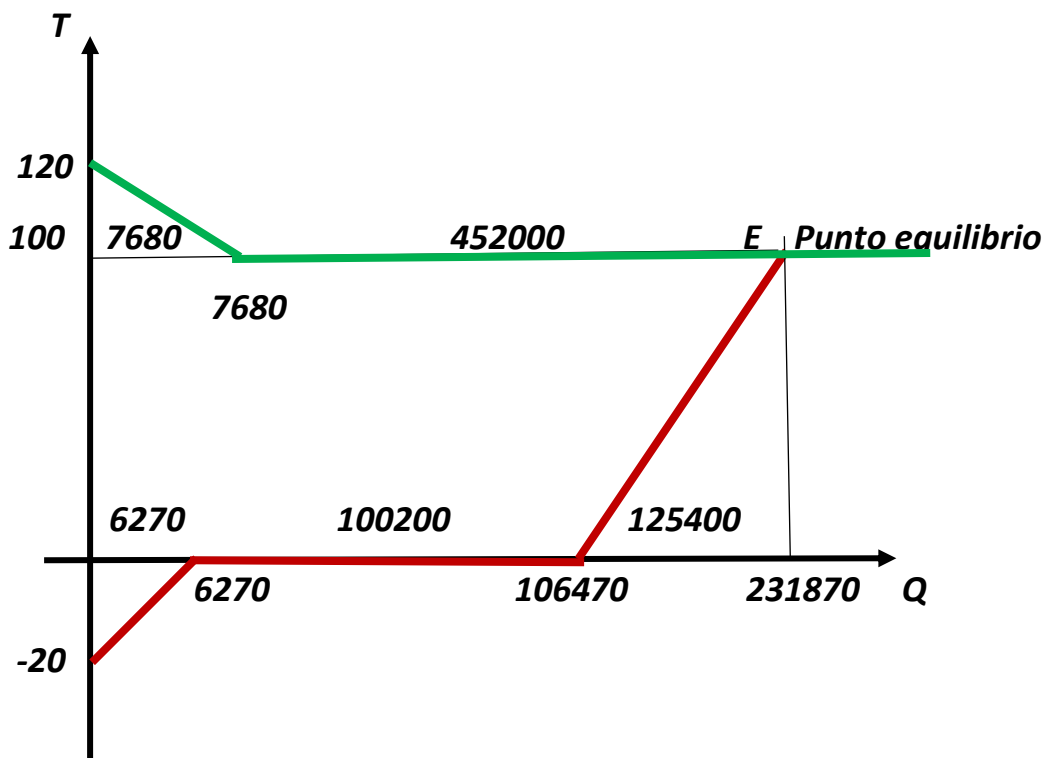
$$Q_v = -2260 \cdot 10^3 \cdot 0.2 = -452000 \text{ J}$$

Recalcamos que le hemos puesto el signo negativo puesto que es un calor cedido por el vapor.

Por último, vamos a ver el calor que cedería al pasar de agua a 100 grados a agua a 0 grados

$$Q_2^1 = c_{agua} m_{agua} (t_f - t_0) = 4180 \cdot 0.2 \cdot (0 - 100) = -83600 \text{ J}$$

Representamos esos valores en la misma gráfica, pero los calores los vamos a poner en positivo para ver en que punto se encuentran, ese punto de intersección será el punto de equilibrio. Se cumplirá que los calores cedidos son iguales y la temperatura de las dos sustancias la misma. La línea del vapor la dibujamos en verde.



Como vemos, el vapor, al licuarse, cedería 452000 J, mucho más de lo que necesita el hielo para llegar a 100 grados. El corte de las dos gráficas está en el punto **E**, en el que las dos sustancias están a la misma temperatura y los calores absorbido y cedido son iguales. La temperatura **NO** es la incógnita, ya que es 100 grados. La incógnita es la cantidad de vapor licuado (si se hubiera licuado todo el punto **E** estaría al final de la línea verde). Para calcular ese valor, aplicamos la ley:

$$Q_{captado} + Q_{cedido} = 0 \rightarrow 231870 + (-7680) - 2260 \cdot 10^3 \cdot m = 0$$

$$m = \frac{231870 - 7680}{2260 \cdot 10^3} = 0.099 \text{ Kg} = 99 \text{ gr}$$

Ejemplo 2

Mismo problema, pero con 75 gramos de vapor.

Repetimos aquí los cálculos para el hielo para ver el problema cómodamente, pero, evidentemente, son los mismos.

Primero: calor necesario para que de -20 pase a hielo a 0

$$Q_1 = c_{hielo} m_{hielo} (t_f - t_o) = 2090 \cdot 0.3 \cdot (0 - (-10)) = 6270 \text{ J}$$

Segundo: ya está a 0 grados, calor necesario para fundirse:

$$Q_f = L_f m = 334 \cdot 10^3 \cdot 0.3 = 100200 \text{ J}$$

Tercero: ya en forma de agua a 0 grados lo calentamos hasta 100 grados

$$Q_2 = c_{agua} \cdot m \cdot (t_f - t_o) = 4180 \cdot 0.3 \cdot (100 - 0) = 125400 \text{ J}$$

Ahora, aplicamos las mismas leyes al vapor. Lo único que cambia es su masa.

Primero: pasa en forma de vapor a 120 grados a vapor a 100 grados:

$$Q'_1 = c_{vapor} m_{vapor} (t_f - t_o) = 1920 \cdot 0.075 \cdot (100 - 120) = -2880 \text{ J}$$

Segundo: el vapor a 100 grados se licuará a agua a 100 grados

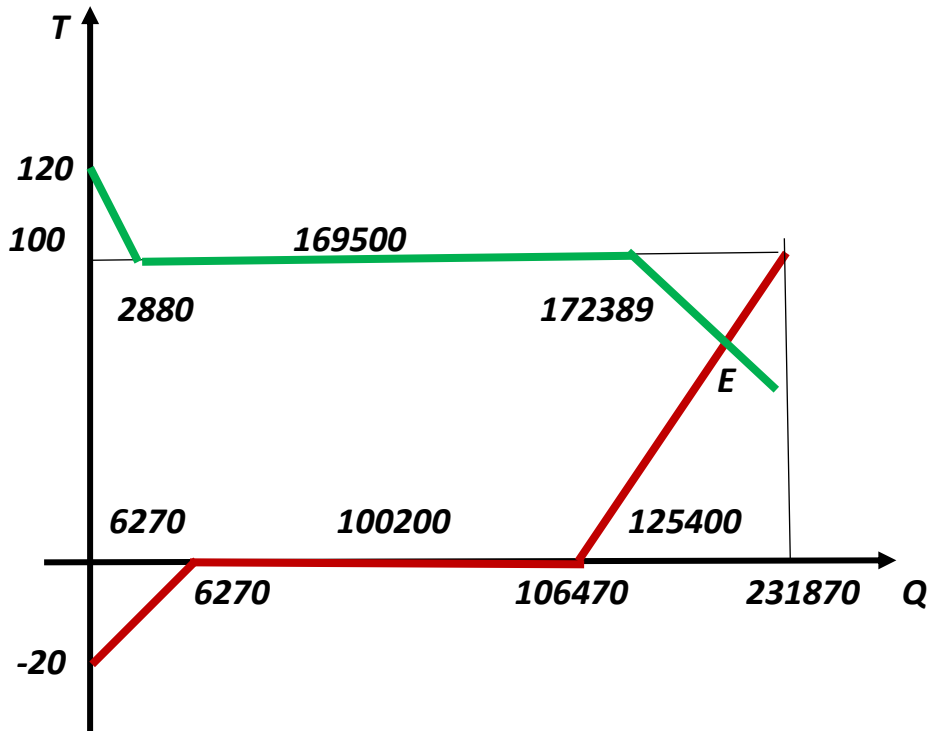
$$Q_v = -2260 \cdot 10^3 \cdot 0.075 = -169500 \text{ J}$$

Recalcamos que le hemos puesto el signo negativo puesto que es un calor cedido por el vapor.

Por último, vamos a ver el calor que cedería al pasar de agua a **100** grados a agua a **0** grados

$$Q'_2 = c_{agua} m_{agua} (t_f - t_o) = 4180 \cdot 0.075 \cdot (0 - 100) = -31350 \text{ J}$$

Y hacemos la gráfica



El punto de intersección de las dos líneas roja y verde es el punto que refleja el estado de equilibrio. En ese punto, la temperatura de las dos sustancias es la misma y el calor cedido y el captado es el mismo. Por lo tanto, podemos decir que en este caso el estado final es todo el sistema en forma de agua y con temperatura que calculamos aplicando la ley:

$$Q_{\text{captado}} + Q_{\text{cedido}} = 0 \rightarrow$$

El calor captado por el hielo serán los **106470 J** necesarios para pasar a agua líquida a 0 grados más el necesario para calentarse hasta la temperatura de equilibrio, que es la incógnita:

$$Q_{\text{captado}} = 106470 + 4180 \cdot 0.3(t_f - 0)$$

El calor cedido serán **172389 J**, que ha cedido el vapor hasta llegar a vapor a 100 grados y después licuarse, más los que ceda ya al pasar de agua a 100 grados hasta la temperatura final desconocida:

$$Q_{\text{cedido}} = -172389 + 4180 \cdot 0.075(t_f - 100)$$

Aplicando la ley:

$$106470 + 4180 \cdot 0.3(t_f - 0) - 172389 + 4180 \cdot 0.075(t_f - 100) = 0$$

De donde despejamos la temperatura final del conjunto:

$$\begin{aligned} 4180 \cdot 0.3 \cdot t_f + 4180 \cdot 0.075 \cdot t_f \\ = -106470 + 172389 + 4180 \cdot 0.075 \cdot 100 \end{aligned}$$

$$t_f = 62.05 \text{ } ^\circ\text{C}$$