DEFINICIÓN DE MATRIZ

Una matriz es un cuadro de números con un número de filas y columnas. El número de **filas lo denotamos por *m* y el de columnas por *n*. *mxn* se denomina orden de la matriz.** Así una matriz con **tres filas y dos columnas** de números es una matriz de orden ***3x2*** como la siguiente

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 3 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$$

Al elemento que está en la fila ***i*** y columna ***j*** se le denota como a_{ij}.

Dependiendo de m y n y de los números que la conforman, se pueden dividir las matrices en muy distintos tipos, matriz fila si sólo tiene una fila, matriz columna si sólo tiene una columna…. Como nuestra intención es que esto sea un manual para poder hacer ejercicios, hablaremos de las más importantes, pero después de haber definido sus operaciones.

SUMA Y RESTA DE MATRICES

Sean dos matrices ***A y B***. El elemento $(a \pm b)_{ij}$ de la matriz $A \pm B$ es la suma o la resta de los elementos que ocupan el mismo lugar en las matrices ***A y B***: $(a \pm b)_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij}$. Por lo tanto, sólo se pueden sumar o restar matrices del mismo orden. Con un ejemplo creemos que es suficiente

Ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 5 \\ 6 & -2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 4 & -1 & +7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 & -4+0 & 5-3 \\ 6+4 & -2-1 & 0+7 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 10 & -3 & 7 \end{pmatrix}$$

PRODUCTO DE UNA MATRIZ POR UN NÍMERO REAL

Para multiplicar a una matriz por un número**, se multiplican TODOS los términos de la matriz por ese número.** Como en el apartado anterior, creemos que con un ejemplo es suficiente:

Ejemplo:

$$\mathbf{2} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{3} & \mathbf{5} \\ \mathbf{4} & \mathbf{-1} & \mathbf{-6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{-4} & \mathbf{6} & \mathbf{10} \\ \mathbf{8} & \mathbf{-2} & \mathbf{-12} \end{pmatrix}$$

PRODUCTO DE MATRICES

Esta operación es más complicada, la definimos primero y hacemos ejemplos después. **Se define el elemento $(ab)_{ij}$ de la matriz AB como la suma de los productos de los elementos de la fila i de la matriz A por los elementos de la columna j de la matriz B.**

$$(ab)_{ij} = \sum a_{ik} b_{kj}$$

Darse cuenta de que como se van a multiplicar los elementos de una fila, ***i*,** de la matriz ***A*** con los elementos de la columna ***j*** de la matriz ***B***, el número de elementos en una fila de ***A*** que son **las columnas de A ha de ser igual** al número de elementos en una columna de B, que es **el número de filas de B.**

Entonces, para que se puedan multiplicar dos matrices han de ser de la forma:

A es una matriz de orden *mxn*, entonces las matrices B con las que se puede hacer el producto *AB* tienen que ser de orden *nxh*. El orden de la matriz producto es *mxh*

(mxn)·(nxh)=(mxh)

Ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -7 \\ -3 & -1 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & -7 \\ -3 & -1 \\ 9 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot 6 + 3 \cdot (-3) + (-2) \cdot 9 & 1 \cdot (-7) + 3 \cdot (-1) + (-2) \cdot 0 \\ 0 \cdot 6 + 5 \cdot (-3) + 4 \cdot 9 & 0 \cdot (-7) + 5 \cdot (-1) + 4 \cdot 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -21 & -10 \\ 21 & -5 \end{pmatrix}$$

Con los colores hemos intentado que se visualice mejor la idea. El elemento que ocupa la ***primera fila y columna*** **de la matriz producto proviene del producto** de ***la primera fila de A*** por la ***primera columna de B***. El elemento de la ***primera fila*** **y** ***segunda columna*** del producto proviene del producto de la ***primera fila de A*** **por la** ***segunda columna de B***. Y así sucesivamente

Se han multiplicado matrices $(2x3) \cdot (3x2) \rightarrow ord(AB) = 2x2$

Por la definición, **el producto de dos matrices nos es conmutativo**, aunque se trate de matrices cuadradas que sí se pueden multiplicar cambiando el orden.

PROPIEDADES DEL PRODUCTO DE MATRICES

Asociativa

$$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$$

Distributiva respecto a la suma

$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$$

Elemento neutro (matrices cuadradas)

$$A \cdot I_n = I_n \cdot A = A$$

$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ Y en general la matriz diagonal nxn con todos “unos” en ella.