

INTEGRAL. DEFINICIÓN.

Definición: La integral de una función $F(x)$ es otra función $I(x)$ si la derivada de $I(x)$ es $F(x)$. Se denota:

$$\int F(x)dx = I(x) + C \text{ si } I'(x) = F(x)$$

Donde C es una constante ya que si la derivada de $I(x)$ es $F(x)$ también lo es la derivada de $I(x) + C$.

Esta constante tiene importancia en los cálculos y no se debe olvidar.

PROPIEDADES

Sólo hay dos propiedades, por eso es más complicado integrar que derivar; no existe, por ejemplo, una propiedad que nos dé la integral del producto en función de las integrales de las funciones que lo conforman, ni tampoco sobre la integral de un cociente...Las propiedades son:

$$1^{\text{a}} \int (F(x) + G(x))dx = \int F(x)dx + \int G(x)dx$$

$$2^{\text{a}} \int KF(x)dx = K \int F(x)dx$$

Siendo K una constante.

INMEDIATAS

El cálculo de una integral consiste en transformar el integrando en una función cuya integral sea conocida o inmediata. La tabla de inmediatas se escribe a continuación. Las transformaciones dependen del tipo de función a integrar y hay que aprendérselas muy bien, no tiene más misterio. Nunca hacer lo primero que nos parezca, merece la pena pararse y pensar a que tipo transformación tenemos que dirigirnos. La tabla de integrales inmediatas que hay que saber perfectamente es la siguiente:

$$1. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad \forall n \neq -1$$

$$2. \text{si } n = -1 \quad \int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$$

$$3. \int \operatorname{sen} x dx = -\operatorname{cos} x + C$$

$$4. \int \operatorname{cos} x dx = \operatorname{sen} x + C$$

$$5. \int a^x dx = \frac{a^x}{\operatorname{lga}} + C$$

$$6. \int e^x dx = e^x + C$$

$$7. \int \frac{1}{(\operatorname{cos} x)^2} = \operatorname{tg} x + C$$

$$8. \int \frac{1}{(\operatorname{sen} x)^2} = -\operatorname{cotg} x + C$$

$$9. \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arcsen} \frac{x}{a} + C$$

$$10. \int \frac{1}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$11. \int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \operatorname{Ln} \left[x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right] + C$$

*Ln*x: logaritmo neperiano

Veamos en las siguientes lecciones los métodos a seguir para resolver cualquier integral más o menos normal.