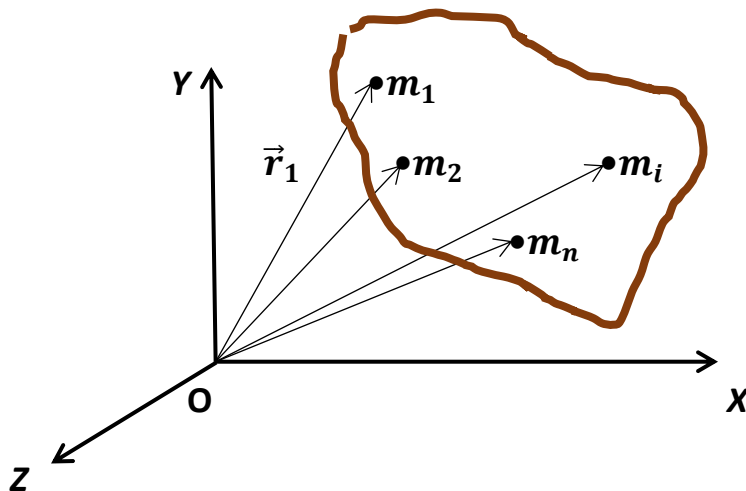


CENTRO DE MASAS

El concepto de centro de masas es fundamental para el estudio del sólido rígido, aunque en este manual hemos preferido ser prácticos, sobre todo. Las siguientes definiciones hay que sabérselas claramente y los comentarios sobre los tipos de problemas en donde hemos de utilizarlas también.

DEFINICIÓN:

Sea un sistema de partículas formado por n partículas:



Posición del centro de masas

$$\vec{R}_{cm} = \frac{\sum_{n=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

Velocidad del C.M.

Derivando la expresión anterior:

$$\vec{V}_{cm} = \frac{\sum_{n=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$$

Aceleración del C.M.

Derivando la expresión de la velocidad

$$\vec{A}_{cm} = \frac{\sum_{n=1}^n m_i \vec{a}_i}{\sum m_i}$$

DOS CONCLUSIONES FUNDAMENTALES:

A) De la segunda ecuación se desprende:

$$\vec{P}_{sistema} = \sum m_i \vec{v}_i = \vec{V}_{cm} \sum m_i = M \vec{V}_{cm}$$

Expresión fundamental que nos permite calcular la cantidad de movimiento de un sistema de partículas simplemente calculando la que tiene su centro de masas, además es válida en cualquier situación.

B) De la tercera, aplicando la ley de newton a cada partícula, se llega a

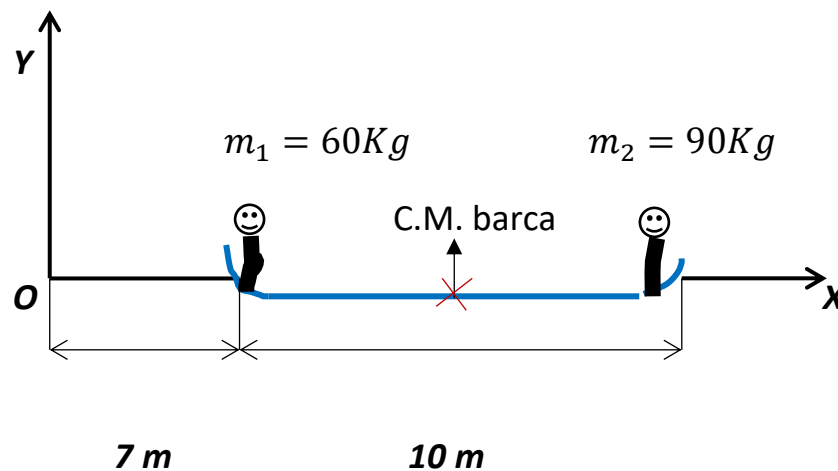
$$\vec{F}_{exteriores} = M \vec{A}_{cm}$$

Ley FUNDAMENTAL, ley de Newton aplicada a un sistema de partículas, que nos permite estudiar a un sólido ESTUDIANDO PRIMERO EL C.M. COMO SI FUERA UNA PARTÍCULA. En nuestros problemas de rodadura y hay que tenerlo muy presente.

Para acabar este capítulo de teoría veamos un típico problema de aplicación del concepto de centro de masas. En él, una parte del sistema cambia de posición y nos preguntan sobre la posición del resto del sistema.

Ejemplo

Dos personas, de masas $m_1 = 60 \text{ kg}$ y $m_2 = 90 \text{ kg}$ están en los extremos de una barca quieta de 10 m de longitud y masa 30 kg , estando el sistema a 7 m de la orilla, tal como indica la figura. Calcular la posición final del sistema cuando las personas intercambian sus posiciones.



Sobre el sistema antes, durante el intercambio y después de él, **las únicas fuerzas exteriores son verticales y se anulan** (no hay movimiento vertical del sistema: el peso del sistema es contrarrestado por el empuje). Resumiendo, durante todo el proceso, **la resultante de las fuerzas vale cero**.

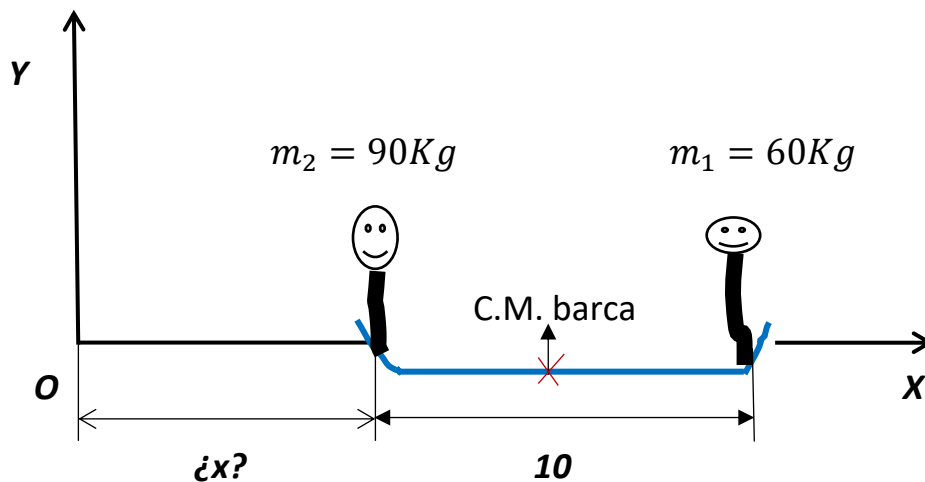
Por lo tanto, **según la 2ª conclusión**, la **aceleración del centro de masas también ha de ser nula**. Como antes del intercambio estaba parado, **seguirá parado**. Aplicaremos por lo tanto que **LA POSICIÓN X DEL CENTRO DE MASAS ES CONSTANTE**.

El centro de masas de la barca está en su punto medio, a **5 m** de los extremos.

Posición X inicial del C.M.:

$$X_{cm\ i} = \frac{60 \cdot 7 + 30 \cdot (7 + 5) + 90(7 + 10)}{60 + 30 + 90} = 13\ m$$

Estudiamos ahora la **posición X final del C.M. del sistema**:



$$X_{cm\ final} = \frac{90 \cdot x + 30 \cdot (x + 5) + 60 \cdot (x + 10)}{180}$$

Igualando ambas posiciones:

$$13 = \frac{90 \cdot x + 30 \cdot (x + 5) + 60 \cdot (x + 10)}{180} \rightarrow$$

$$\mathbf{X=8,833\ m}$$

Estos problemas son muy típicos: un sistema de dos o tres partículas parado inicialmente que pasa a otro estado también en reposo en donde la posición de las partículas ha variado, **pero no la del centro de masas**.