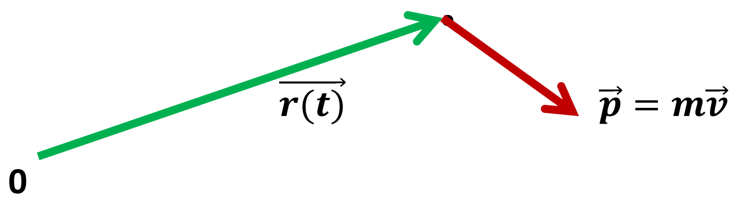
MOMENTO ANGULAR DE UNA PARTÍCULA

El concepto de momento angular es fundamental observándose su riqueza en el estudio de sistemas de partículas. Veremos ahora sólo la definición para una partícula. **Es necesario saber la definición de producto vectorial de dos vectores. Se puede encontrar en el apartado de algebra de segundo de bachiller.**

Tengamos un sistema de observación ***0XYZ*** y una partícula de masa ***m*** que se mueve respecto de él con un determinado movimiento definido por su radio vector $\overrightarrow{\boldsymbol{r}(\boldsymbol{t})}$ y su velocidad $\overrightarrow{\boldsymbol{v}(\boldsymbol{t})}$

Se define el **momento angular de la partícula respecto del punto 0 (sistema *0XYZ*) $\vec{L}_0$ como**:



$$\vec{L}_0 = \vec{r}(t) \times m\vec{v}(t)$$

Donde el símbolo "aspa" entre ambos vectores significa producto vectorial, como se debe de saber y hemos comentado.

Derivando ambos miembros llegamos a la ley del momento angular:

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{v} \times m\vec{v} + \vec{r} \times m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Dado que $\vec{v} \times m\vec{v} = 0$ por se vectores paralelos y que

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Nos queda

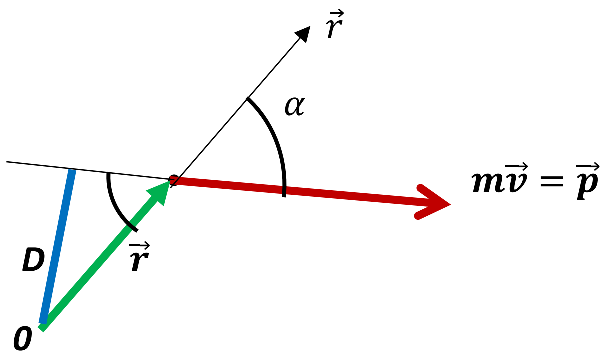
$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{r} \times m\vec{a} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}_0$$

La expresión $\vec{r} \times \vec{F}$ recibe el nombre de momento de una fuerza respecto de un punto, como hemos visto en la lección anterior, por lo que la ley fundamental referida a al momento angular es:

$$\boxed{\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{M}_0}$$

Ley, como se ha dicho y recalca, fundamental sobre todo en el estudio de sistemas de partículas y que por ello hemos hecho la demostración.

En nuestros problemas simples viene bien la siguiente fórmula, equivalente a la anterior, pero más simple:



$$|\vec{L}_0| = L_0 = r \cdot mv \cdot sen\alpha = mvD$$

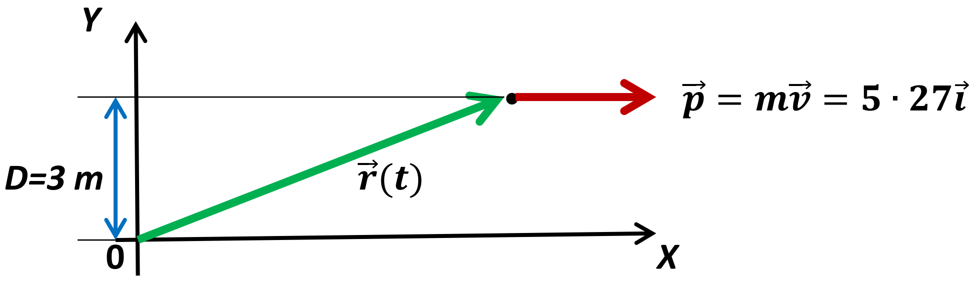
$$L_0 = mvD$$

Donde *D* es la distancia del punto *0*, respecto al que tomamos el momento**, a la recta donde se "apoya" la cantidad de movimiento $\vec{p}$.** Su unidad no tiene nombre propio. De su definición, es $Kg \cdot m^2/s$

Como cualquier producto vectorial**, es perpendicular al plano del dibujo y sentido el del giro al llevar $\vec{r}$ sobre $m\vec{v}$, en nuestro caso hacia "adentro".**

Ejemplo:

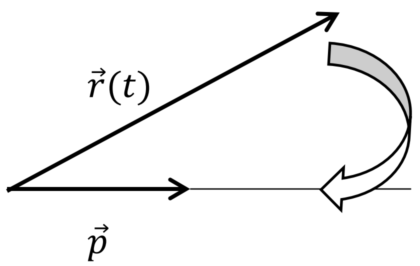
Calcular el momento angular respecto al origen de una masa de 5 Kg que se mueve horizontalmente sobre la recta horizontal y=3 con velocidad de 27m/s



El módulo de $\vec{L}$ será, según hemos dicho:

$$L = mvD = 135 \cdot 3 = 405\, Kg \cdot {}^{m^2}/_{s}$$

De dirección perpendicular al plano del papel y de sentido hacia adentro:



Recalcamos que para llevar el primero sobre el segundo, y así encontrar su sentido, **hay que poner los orígenes de los dos vectores en el mismo punto**.