# FUNCIONES BÁSICAS

## FUNCIONES LINEALES

Son aquellas en donde la función es igual a un polinomio de primer grado.

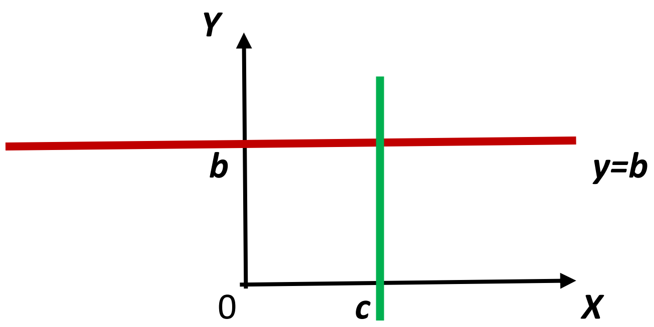
$$y = ax + b$$

Donde "a" y "b" son constantes. Su gráfica corresponde a una línea recta, creciente si el término "a" es positivo y decreciente si es negativo. El término "a" recibe el nombre de pendiente y, cuánto mayor sea en valor absoluto, más inclinada estará la recta.

Si el término "a" vale cero tenemos una ecuación del tipo

$$y = b$$

Que representa a todos los puntos cuya ordenada vale "b". Su dibujo será una recta horizontal, remarcada en rojo.




Tenemos, por último, un tipo de recta que no corresponde a ninguna de las anteriores. Es la recta que tiene de ecuación

$$x = c$$

Su gráfica está formada por todos los puntos cuya abscisa es la misma "c". Por lo tanto, es una recta vertical. Si recordamos la definición de función, en la parte que dice que para un valor de x NO PUEDE HABER DOS IMÁGENES "y", concluimos que esta recta NO ES UNA FUNCIÓN. La englobamos aquí porque es una recta y, además, hay que conocerla. En la figura de arriba, aparece en verde.

El dibujo de las rectas del tipo

$$y = ax + b$$

Donde a es distinto de cero es se ha hecho en cursos anteriores y no creemos necesario hacerlo aquí. Basta con calcular dos de sus puntos dando a la variable ***x*** dos valores cualesquiera.

## FUNCIONES CUADRÁTICAS

Son aquellas en donde la función es igual a un polinomio de segundo grado. Por lo tanto, su gráfica es una parábola estudiada en cursos anteriores y, como en el caso anterior, no hacemos un ejemplo.

## FUNCIÓN INVERSAMENTE PROPORCIONAL

Son aquellas donde la función viene expresada de la forma

$$y = \frac{a}{x}$$

Donde "a" es una constante.

Como ejemplo, vamos a estudiar la función

$$y = \frac{1}{x}$$

Donde ***a=1***

El dominio de esta función, como en cualquier función con denominador, son todos los reales excepto los que anulan el denominador. En nuestro caso ***x=0***

$$D: R \setminus \{0\}$$

Pero, como hemos hecho en el capítulo de límites, nos preguntamos, **nos debemos de preguntar**, que ocurre en los alrededores de ***x=0.*** **Para ello, calculamos el límite cuando "x" tiende a cero**

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}=\left(\frac{1}{0}\right)=|LATERALES|=\begin{cases}\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x}=\frac{1}{0^+}=+\infty\\ \lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x}=\frac{1}{0^-}=-\infty\end{cases}$$

Antes de dibujarla, vamos a seguir estudiando sus características. Una tabla de valores nos viene siempre bien y, sobre todo, las conclusiones que podemos sacar de ella. Veamos

| ***X*** | ***Y*** |
|---|---|
| -3 | -1/3 |
| -2 | -1/2 |
| -1 | -1 |
| 1 | 1 |
| 2 | 1/2 |
| 3 | 1/3 |

Si nos fijamos, vemos que **la función se va haciendo cada vez más pequeña, pero positiva, a medida que la variable "x" va tomando valores cada vez más grandes.** Y lo mismo ocurre **cuando "x" va tomando valores negativos cada vez más grandes en valor absoluto, la función se va acercando a cero, pero en negativo**. También podemos darnos cuenta de que **para valores opuestos de la variable "x", la función toma también los mismos valores, pero opuestos**. Por ejemplo, para ***x=2*** la función vale ***y=1/2*** y para ***x=-2*** la función vale ***y=-1/2***. Esta propiedad es una característica que merece la pena tenerse en cuenta, la veremos con más extensión en el estudio de funciones de 2º de bachiller. De momento, caer en la cuenta de ella y saber que a las **funciones que tienen esa propiedad se llaman funciones impares**

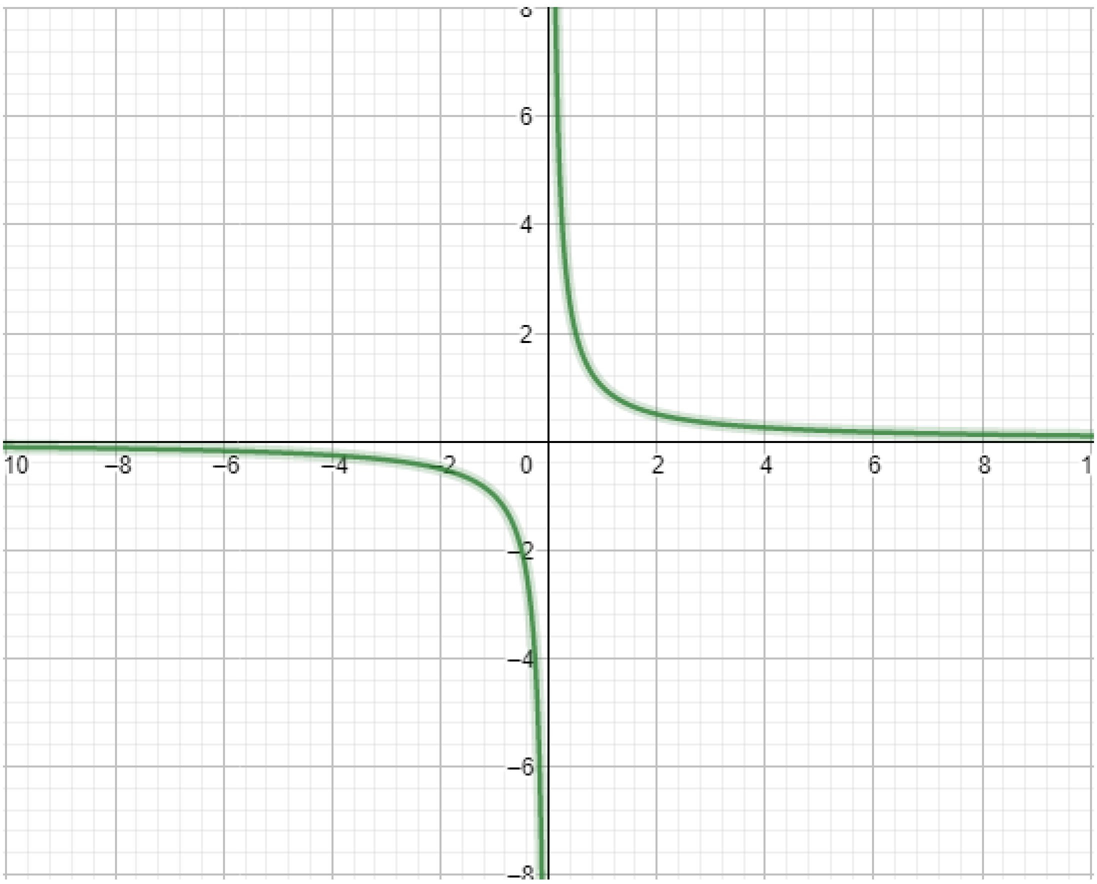
Las dos ideas del párrafo anterior las resumimos matemáticamente diciendo:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = \left(\frac{1}{\infty}\right) = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = \left(\frac{1}{-\infty}\right) = 0$$

$$f(-x) = -f(x)$$

Creemos que estas características son suficientes para dibujar la función:




Hemos visto que pasa cuando “x” tiende a cero, la función tiende a más y a menos infinito, según sea por la derecha o por la izquierda. Esa característica queda reflejada en el dibujo, la gráfica se va “pegando” a la recta vertical ***x=0*** y por ello, diremos que la recta ***x=0*** **ES UNA ASÍNTOTA**

**VERTICAL. En general, definimos asíntota vertical a la recta *x=a* si al acercarse la variable a ese valor, "a", la función tiende a más o a menos infinito.**

También vemos en la gráfica, y hemos calculado por ello los límites cuando "x" tiende a más y menos infinito, que la función se acerca a cero y se va "pegando" a la recta ***y=0.*** Diremos que la recta ***y=0*** **ES ASÍNTOTA HORIZONTAL. En general, definimos asíntota horizontal a la recta *y=a* si la función se acerca a ese valor, "a", cuando la variable tiende a más y a menos infinito.**

**Las asíntotas verticales y horizontales son unas características MUY IMPORTANTES a la hora de dibujar una función**

**FUNCIÓN INVERSAMENTE PROPORCIONAL AL CUADRADO DE LA VARIABLE**

Son aquellas que tienen la forma

$$y = \frac{a}{x^2}$$

Siendo ***"a"*** es constante. En el ejemplo que vamos a estudiar le vamos a dar el valor ***a=1***.

$$y = \frac{1}{x^2}$$

Al igual que en la función anterior, su dominio son todos los reales excepto los valores de "x" que anulan el denominador, ***x=0*** en este caso. Si hacemos los límites cuando la variable se acerca a ese valor, tenemos

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

Donde, insistimos, es obligatorio hacer los límites laterales puesto que es el cociente de un número entre algo que se acerca a cero.

Como vemos, al estar la variable elevada al cuadrado, ambos límites dan lo mismo, infinito. **Como hemos quedado en la función anterior, la recta *x=0*, el eje Y, es una asíntota vertical.**

Como en el caso anterior, hacemos el límite cuando "x" se acerca a más y a menos infinito:

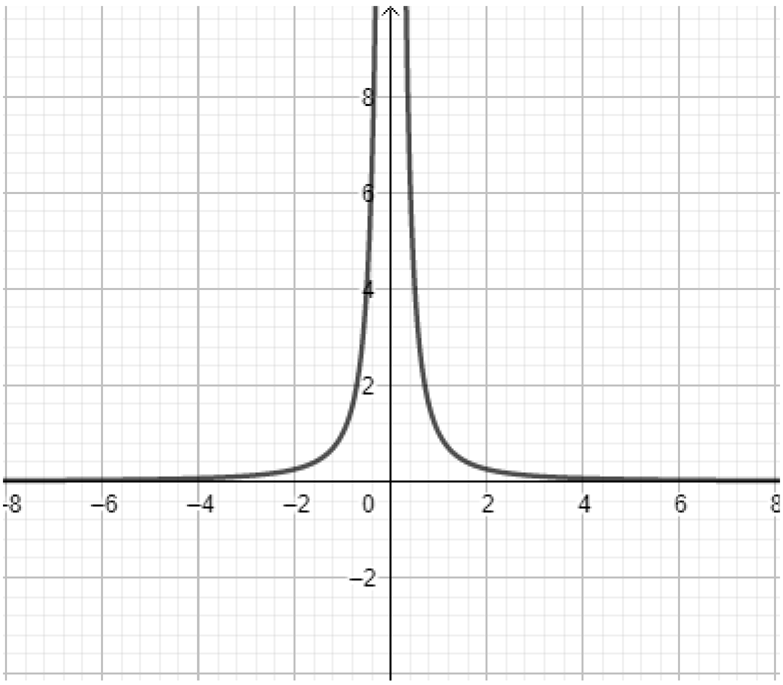
$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x^2} = \left(\frac{1}{\infty}\right) = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x^2} = \left(\frac{1}{\infty}\right) = 0$$

Por último, nos podemos preguntar si los valores de la función para valores de "x" opuestos están relacionados. Creemos que no es difícil deducir que, al haber una única "x" y estar elevada al cuadrado, dichos valores van a ser los mismos

$$f(-x) = f(x)$$

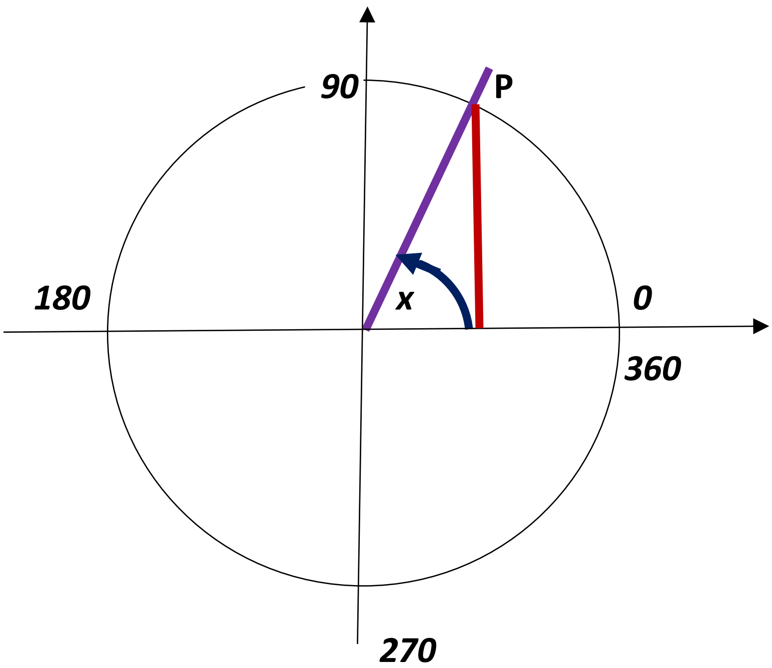
Por cumplir esta condición, así como a la función anterior a esta la llamamos impar por tener estos valores opuestos, a **las funciones que cumplen esta condición las llamamos pares**. Su gráfica es



# FUNCIONES SENO Y COSENO

## Gráfica y=senx

Recordamos que el seno de un ángulo queda definido gráficamente en la circunferencia goniométrica, de radio la unidad, por la siguiente figura. Recomendamos estudiar las lecciones dedicadas a la trigonometría.

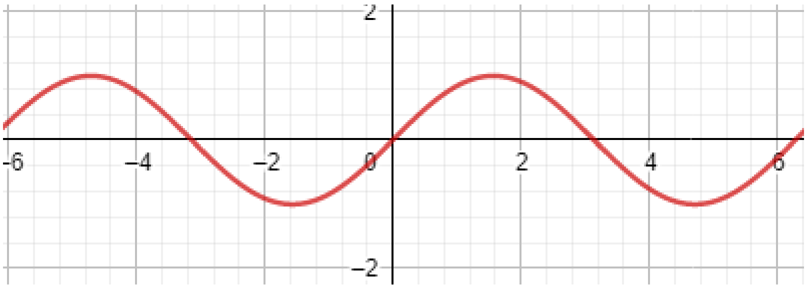



**El seno de un ángulo "x", escrito senx, es la "altura", la ordenada "y", del punto P que el ángulo "x" intercepta en la circunferencia. El seno de "x" se señala aquí en rojo.**

Para x=0 el punto P está en el eje X y, por lo tanto, su altura es cero. Si vamos aumentando el ángulo, su altura va creciendo hasta que para 90 vale 1. A partir de aquí la altura de los puntos que va marcando el ángulo va disminuyendo, hasta que para 180 grados vale cero. Seguimos girando y la altura está ya por debajo del eje X, por lo que es negativa. En 270 toma su valor máximo pero negativo, -1. Si seguimos girando, a partir de 270 empieza a decrecer en valor absoluto hasta que para 360 vuelve a ser cero. A partir de ahí, en la segunda vuelta, se repiten los mismos valores. Hacemos una tabla con esos valores

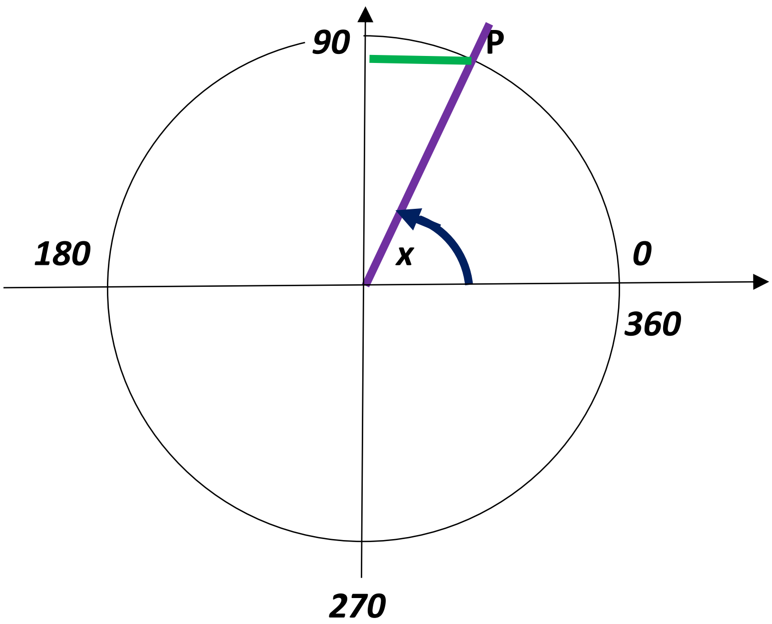
| *X* | *Y=SENX* |
|---|---|
| 0=0 Rd | 0 |
| 90 = $\frac{\pi}{2}$ Rd | 1 |
| 180 = $\pi$ Rd | 0 |
| 270 = $\frac{3\pi}{2}$ Rd | -1 |
| 360 = $2\pi$ Rd | 0 |

Uniendo estos puntos, pero no en línea recta, resulta la siguiente gráfica. Insistimos en que para valores de la variable "x" mayores o menores, la gráfica se repite. Es, se dice, una **función periódica de periodo $2\pi$ Radianes. Aconsejamos irse acostumbrando a la unidad Radián, es la unidad que debemos utilizar, tanto en matemáticas como en física**.



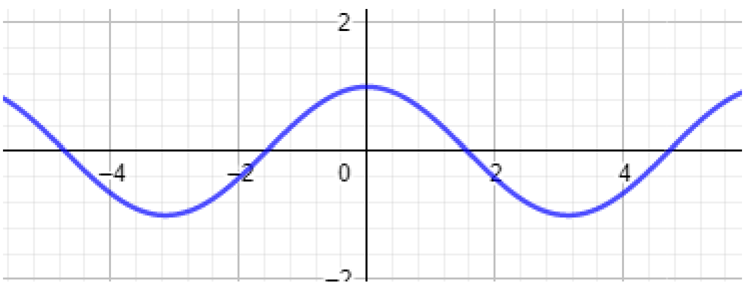
**Gráfica y=cosx**

La gráfica de la función y=cosx se elabora de la misma manera. Recordamos que en la figura




**El coseno del ángulo "x" viene determinado por la "anchura", la abscisa del punto P, remarcada en verde**.

Trabajando exactamente igual a cómo lo hemos hecho en la función seno, recomendamos hacerlo, llegamos a que su gráfica es



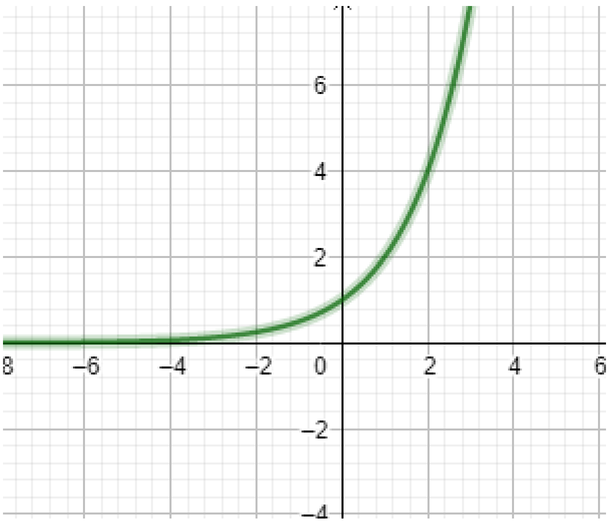

También es una función periódica de periodo $2\pi$ Radianes. **En ambas gráficas, la abscisa "x" está dada en radianes.**

**FUNCIÓN EXPONENCIAL**

En la lección dedicada a la función exponencial ya hemos dibujado su gráfica. Recomendamos recordarla, en esta lección simplemente la vamos a dibujar porque pretendemos hacer un resumen de las funciones más importantes.

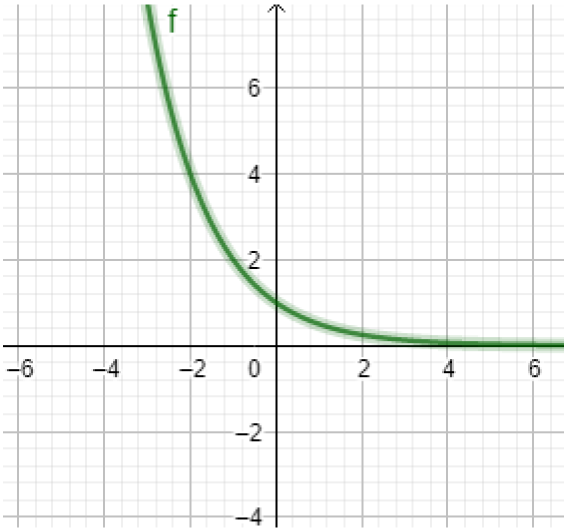
Si la base es mayor que la unidad, la gráfica es la siguiente. En este caso se ha dibujado la función

$$y = 2^x$$



Si la base está comprendida entre cero y uno (sin tomar esos valores) la gráfica es la siguiente. Se ha dibujado la función

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$




**FUNCIÓN LOGARITMO**

Al igual que en las gráficas anteriores de la función exponencial, la función logaritmo se ha estudiado en una lección dedicada a ella que recomendamos también recordar. La siguiente gráfica corresponde a la función

$$y = \log_{10} x$$

Si la base está entre cero y uno (sin tomar esos valores) la gráfica es la siguiente. Se ha dibujado la función

$$y = \log_{\frac{1}{10}} x$$