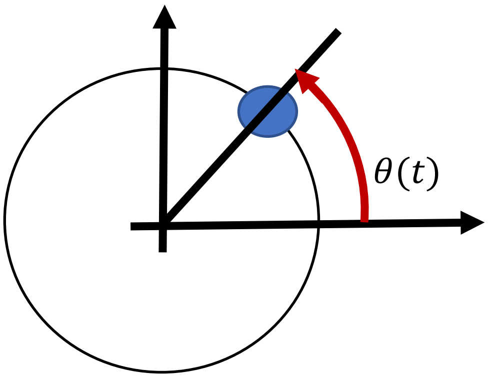
victor loza
ACADEMIA ONLINE

MOVIMIENTO CIRCULAR

DEFINICION DE LAS MAGNITUDES CIRCULARES

Cuando un cuerpo gira siguiendo la trayectoria de una circunferencia, la definición de las siguientes magnitudes, que llamamos magnitudes circulares, facilita el estudio del movimiento. Además, nos permiten llegar a conclusiones interesantes que se utilizan en otros campos. Son las siguientes



El ángulo que, junto con el radio, define la posición del cuerpo (la bola azul):

$$\boldsymbol{\theta = \theta(t)}$$

La velocidad angular media, es el ángulo recorrido en la unidad de tiempo. Entre dos instantes dados se calcula con una fórmula parecida a la de la velocidad lineal, pues el concepto es el mismo:

$$\boldsymbol{\omega_M = \omega(t) = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}}$$

Exactamente igual que en el caso de la velocidad lineal, y siguiendo los mismos razonamientos que vimos, se define **la velocidad angular instantánea** como:

$$\boldsymbol{\omega_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}}$$

O derivada del ángulo respecto del tiempo.

La aceleración angular media, cuando varía la velocidad angular, se define como la variación de la velocidad angular entre el tiempo en que se da lugar esa variación:

$$\alpha_M = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

De la misma manera se define la aceleración angular **instantánea** como:

$$\alpha_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

Estas son las definiciones generales, pero, en este manual, nos vamos a referir a los dos tipos de movimiento circulares más simples. Resumimos los dos en esta lección por su brevedad. Al final haremos dos ejemplos de aplicación, pero, como siempre, consultar las lecciones dedicadas a los problemas resueltos.

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORE

Es aquel en el que **la velocidad angular es constante**. Por ser constante, se puede calcular dividiendo el ángulo recorrido entre el tiempo transcurrido en ello.

Para ello, es conveniente definir el periodo, **T,** como **el tiempo en que se tarda en dar una vuelta.** Entonces, para calcular la velocidad angular en este tipo de movimientos, no tenemos nada más que dividir la vuelta entera, $2\pi\ Rd$, entre el periodo **T**

$$\omega = \frac{2\pi}{T}\ Rd/_{s}$$

La unidad de ángulo en el S.I. es el radián. Aconsejamos trabajar por ello en radianes. Veremos en los problemas cómo se pasa de unas unidades a otras, por ejemplo, de revoluciones por minuto a radianes por segundo.

La segunda fórmula, y última en este tipo de movimientos, es la que nos calcula el ángulo girado en un tiempo determinado. Ya que la velocidad angular es el ángulo girado en la unidad de tiempo, dicha fórmula es tan simple como:

$$\boldsymbol{\theta = \omega \cdot t}$$

Estas son las dos fórmulas para este movimiento.

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE ACELERADO

De la misma forma que en los movimientos rectilíneos uniformemente acelerados, ya que la definición matemática es la misma, tenemos las dos fórmulas fundamentales siguientes

$$\boldsymbol{\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2}$$

$$\boldsymbol{\omega = \omega_0 + \alpha t}$$

De estas dos fórmulas, despejando el tiempo en una de ellas y llevando esa expresión a la otra, llegamos a una tercera ecuación que puede venir bien en algunos problemas en donde, claramente, no aparece el tiempo. Es la siguiente:

$$\boldsymbol{\omega^2 - {\omega_0}^2 = 2\alpha\theta}$$

Por último, una fórmula de geometría que nos dice cuánto vale la longitud de un arco de circunferencia en función del radio y el ángulo girado:

$$\boldsymbol{L = R \cdot \theta}$$

Donde el ángulo, $\boldsymbol{\theta}$, ha de estar en Radianes

Esta fórmula la utilizaremos cuando nos pregunten el espacio recorrido por el móvil en su giro.

A continuación, vemos dos ejemplos sencillos para familiarizarnos con las fórmulas.

Ejemplo 1

Calcular la velocidad angular de la tierra alrededor del sol.

Claramente se trata de un movimiento de velocidad angular constante pues todos los años se recorre el mismo ángulo, una vuelta, en el mismo tiempo, ***365 días*** aproximadamente. Utilizaremos, por lo tanto, las fórmulas para este tipo de movimiento:

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\boldsymbol{2\pi}}{\boldsymbol{T}} = |T = 365\ días| = \frac{2\pi Rd}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60s} \rightarrow$$
$$\boldsymbol{\omega \approx 1.99 \cdot 10^{-7}\ Rd/s}$$

Ejemplo 2

Un ventilador que gira a 60 r.p.m. se desenchufa y tarda 30 segundo en pararse con aceleración angular constante. Hallar:

La aceleración angular

El ángulo girado en vueltas hasta pararse y la distancia recorrida por un punto de la periferia si el radio de las aspas es de 20 cm

Dado que la velocidad va variando, no se trata claramente de un movimiento de velocidad angular constante. De hecho, en el enunciado se nos advierte de que se para con aceleración angular constante. Utilizamos, por lo tanto, las fórmulas del movimiento de rotación de aceleración angular constante.

Para elegir las fórmulas a aplicar, ponemos primero los datos de los que disponemos:

$$\begin{cases} \omega_0 = 60\ r.p.m. = 60\dfrac{rev}{mn} = 60\dfrac{2\pi\ Rd}{60\ s} = 2\pi\ Rd/s \\ t = 30\ s \\ \omega_f = 0 \end{cases}$$

Donde hemos pasado las revoluciones por minuto a Radianes por segundo, unidad del S.I. Al pararse, la velocidad angular final es cero. De las tres fórmulas de las que disponemos, la que nos conjuga los datos que tenemos es

$$\boldsymbol{\omega_f = \omega_0 + \alpha t} \rightarrow 0 = 2\pi + \alpha \cdot 30 \rightarrow \boldsymbol{\alpha} = -\frac{2\pi}{30} = -\frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{15}} \boldsymbol{Rd}/\boldsymbol{s^2}$$

El signo negativo significa que la rueda se va parando, la velocidad angular decrece. Con la aceleración angular calculada, sólo nos queda como magnitud circular desconocida el ángulo girado que, por otra parte, nos preguntan en vueltas. Evidentemente, se trabaja en el sistema internacional y después pasamos a vueltas.

$$\boldsymbol{\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \rightarrow \theta = 2\pi \cdot 30 + \frac{1}{2}\left(-\frac{\pi}{15}\right)30^2 = \boldsymbol{30\pi\ Rd}$$

$$\boldsymbol{\theta} = 30\pi\ Rd = 30\pi Rd \frac{1\ rev}{2\pi Rd} = \boldsymbol{15\ vueltas}$$

Para calcular la distancia recorrida por un punto de la periferia aplicamos la última fórmula dada de geometría:

$$\boldsymbol{L = R\theta} = 0.2 \cdot 30\pi = \boldsymbol{6\pi\ \ m}$$